This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at http://books.google.com/

QB
209
C16

3

10

QB
209
.C16

DISSERTATIO

MATHEMATICO-ANTIQUARIA

DE

HOROLOGIIS VETERUM SCIOTHERICIS

CUI ACCEDIT

THEORIA SOLARIORUM HORAM
AZIMUTHUM ET ALTITUDINEM
SOLIS UNA EXHIBENTIUM.

AMSTELODAMI ANNO MDCCXCVII.
Typis GERARDI HULST VAN KEULEN.

Alii contra reprehendent, me a viris his multa deſumpſiſſe, quod fateor me, non tamen niſi adjecta laudatione, feciſſe, non enim opinor cuipiam dedecori eſſe ſtudiis et laboribus virorum eruditorum uti, ſi modo iis non abutatur: Nonnulli forſan vitio mihi vertent, me Mathematica Grammaticis ſaepius inmiscuiſſe; non vero ſolis Antiquariis aut Mathematicis ſcripſi, ſpecimen autem Antiquario-Mathematicum mixti argumenti dare conatus fui. Deinde Theoriam exhibui ſolariorum, quae, tria argumenta, in re Nautica graviſſima, ſcilicet angulum horarium et azimuthalem, nec non ſolis altitudinem una exhibent: Ultimo loco, Analyſeos elegantiam, miramque curvarum ſecundi ordinis affinitatem, ex ſingulari hujus Theoriae accommodatione ad Horologia Horizontalia perſpectam reddere conatus ſum.

J. F. van Beeck Calkoen.

Scripſi Amſtelod.
d. 27 Februar.
1797.

DIS-

DISSERTATIO

DE

HOROLOGIIS VETERUM SCIOTHERICIS,

CUI ACCEDIT

THEORIA SOLARIORUM HORAM AZIMUTHUM ET ALTITUDINEM SOLIS UNA EXHIBENTIUM.

In explorandis artium multarum ſcientiarumque originibus cavendum est a duobus maxime contrariis vitiis, et a nimia antiquitatis aeſtimatione, quae priſcorum hominum vel artes vel ſcientias, recentiorum inventis et anteponat ſemper et praeferat, et a vago illo ac temerario rerum novarum ſtudio, quo priſci homines omni elegantia ac bonarum artium laude et omnino priventur, et inepte vituperentur; Philoſophia vero, ea ſcilicet, quae ex rerum antea factarum conſideratione et comparatione ſapit, et ars vitae recte dicitur, non ſcholae ſterilis doctrina, Philoſophia mediam tenet viam; illa vagis istis opinionibus aliena, nec poscit, ut priscis mortalibus ſupremum illum cognitionis ſcientiarum, atque artium adſignemus gradum, quem ex monumentorum de-

fectu, ex ingenio facile quis expromſerit, nec flagitat; ut monumentorum factorumq. antiquorum jacturam confundamus, cum artium et ſcientiarum illis temporibus ignobili ignorantia; Neque ego profecto his Philoſophis asſentior, qui univerſo generi humano XX ſeculis a ſuis in cunabulis remoto, eam experientiam, rerumque notitiam negant, quam in puero decennario noſtrae aetatis vix deſiderent; Inqua quidem re non ſatis ſejunxisſe mihi videntur, vel artes et ſcientias, vel in univerſum notitiam, quae priorum temporum experientiam, multa et difficilia ingenii exercitia, tranquillam et commodam vitam requirunt, ab iis, quae hominum in quacumque aetate ingenium, debita tantum attentione adhibita, ex iis quae ſemper in promptu ſunt, ut ex ſua ipſius natura deducere valet; Contra vero, illis, qui quidquid recens ſit, et ad noſtram aetatem pertineat vituperant, vel ſemper antiquiora, meliora ducant, et priscorum hominum ingenium, et notitiam noſtris longe anteponunt, nullo modo accedere posſum, ab utraque enim parte, pro ratione, et vera rerum notitia, imperitia vel praejudicatae ſtant opiniones: Interim, ſi quid in hac quaeſtione generatim dijudicare velimus, conſtare videtur, veteres, ſaltem provectioris aevi, pulchrarum artium ſtudiis, non tantum recentiores aequiparasſe, imo forte illos

ſu-

ſuperasſe, verum et Mechanices, et Architectu- rae, non theoreticae ſed, practicae antiqua ſpe- cimina exſtant, quae longe ſuperiora ſunt iis quae noſtra aetate ſunt fabricata: Attamen ple- raeque artes et ſcientiae, veteribus, vel omnino non, vel parum cognitae erant, quae noſtris tempo- ribus in ſummum faſtigium fere ſunt evectae; Omnis nimirum Matheſeos ambitus, artes et ſcientiae, quae inde derivantur, adeo auctae ſunt, ut quaecumque Philoſophorum per quadra- ginta ſecula inventa, quae noſtram aetatem atti- gerint, nihil praeter fundamenta habenda ſint, vaſtisſimae doctrinae per duo ſecula poſteriora inventae. De inſigni hoc veteres inter et recen- tiores discrimine, demum judicium interponere poteſt, quisquis, non tantum Newtonum, Ber- nouillos, Eulerum, de la Grange, d'Alembert, alios- que, qui veri Matheſeos inventores recte di- cuntur, ſed et tot egregios Mathematicos, qui ex eorum virorum, et ſuo inſuper ingenio ſa- piunt, cum Euclide, Eudoxo, Archimede, Metone, aliisque veteribus Mathematicis, com- parare noverit: Inprimis autem Aſtronomiae ſtudia tam aucta ſunt, ut, ſi antiquam eorum conditionem cum hodierna conferas, veteres fere rudes hujus doctrinae omnino pronuncies: Neque hoc quis miretur, ex eo enim, quod hodie Aſtronomiae ſtudia exercemus ſequitur, tempus fuisſe, quo haec primum fuerint in-

venta, et, quo altius adſcendamus, nos eo propius incunabula harum ſcientiarum attingere; praeterea ingens difficultas fundamenta artis cujusdam vel doctrinae ponendi effecit, ut procul dubio aliquot ſecula, inter primas inventiones vel experimenta, et inter ſcientiarum hisce ſuperſtructarum, completam ſyſtematis notitiam, interjecta fuerint. —— Interea artium ſcientiarumque fere omnium origines, et antiqua conditio magnam partem omnino latent: Argumentum, quod mihi tractandum ſumſi, ea complectitur, quae cognitionis humanae incunabula fere attingunt, ſaepius itaque probabiles conjecturae, monumentorum deperditorum loco habendae erunt, et filum abruptum antiquae narrationis connectent; Nec tamen conjecturis praeter modum indulgebo, probe conſcius, omnem ſaepius gradum evidentiae vel probabilitatis pendere ex noſtro rei contemplandae modo, et ſubjectivam tantum habere veritatem.

In re tractanda hanc mihi rationem poſui, ut primo loco agam, de antiquisſimis diei diviſionibus et modo eas deprehendendi, ante notitiam Solariorum Cap. I: porro Hiſtoriam Solariorum breviter tradam Cap. II. tum de variis veterum Solariis agam Cap. III. denique Theoriam Solariorum angulum horarium, azimuthalem, et altitudinem ſolis ſimul indicantium exhibebo Cap. IV.

CA-

CAPUT I.

De Antiquisſimis diei diviſionibus et de modo illas deprehendendi antiquisſimo usque ad notitiam de horologiis ſciothericis in Graecia.

§. 1. Mirabilis ſolis per coelos curſus, asſiduus ejus ortus et occaſus, et vicisſitudines diei hilaris et atrae noctis, diem et noctem inter prima vocabula linguae primaevae fecerunt; ſane non ſine horrore rudis et ſimplex homo ſolem per gradus deſcendere vidit, donec ſe inter nebulas horizontis abſcondisſet, laetus autem animoque hilari poſtero die, lucis et caloris fontem tenebras repellere animadvertit; itaque dies et nox, matutinum et veſpertinum tempus, antiquisſimae diei ſunt diviſiones. (1) Procul dubio primi mortales ad curſum ſolis, diurnumque ejus motum attenderunt, quotidie enim animadvertebant, ſolem ex horizonte emerſum continuo in altum adſcendere, lucem et calorem augeri, donec descendat, et horizontis nebulis ſe inmiſceat; maximus itaque calor, ſimul et altisſimus ſolis in coelis locus, altera cujusque diei erat diviſio, priori forſan coaeva: Hinc ſummum

(1) In antiquisſimo rerum monumento 1 Moſ. cap. I.

mum diei (2), vel maximus diei calor, item Meridies, ſpatium inter ortum et occaſum ſolis, in duas partes dividit (3). Tres itaque diei antiquisſimae fuerunt diviſiones, Meridies, Matutinum, et Veſpertinum tempus, nec conſtat homines per multa ſecula, alia diviſione uſos fuisſe; In omnibus ſaltem Vet. Teſtamenti libris, ſpatium licet XXX. ſeculorum et amplius continentibus, de nullis aliis diei diviſioni-

(2) 1 Moſ. 29. 7. Cap. 18. 1. 2 Sam. 4. 5.

(3) Antiquisſimum nomen Meridici צהרים fuit: vocabulum hoc, uti nunc eſt, procul dubio et olim fuit ex duali genere, unde denominationis origo patet, eſt enim meridies, tempus quo dies in duas partes dividitur; opinor tamen, meridiei nomen, non prius fuiſſe, prae altera denominatione diei ſummae, maximi caloris diei, veriſimilius autem est, homines adſcenſum, et deſcenſum ſolis, et incrementum vel decrementum lucis, et caloris ei junctum, jam animadvertisſe, priusquam altisſimum ſolis in coelis locum, medium inter ejus ortum, et occaſum, deprehendisſent; hinc quoque petenda mihi videtur ratio, cur 2 Sam. 4: 5., ubi primum צהרים occurrit, ei adjungatur, cum dies ſumma esſet. Caetera, licet hodie nullam aliam diviſionem diei, per multa ſecula ab hominibus adhibitam cognoſcamus, inde tamen, nequaquam negare audeo, eam revera non obtinuisſe, Societatis enim humanae indoles id poſtulare videtur, et quamvis diluvia, incendia, et bella multis monumentis nos privaverint, ex quibus artes et ſcientias veterum cognoſcere potuisſemus, ſuperſunt tamen multae, quamtumvis corruptae et mutilatae, traditiones, et nonnulla indicia, ex quibus talia colligere licet.

nibus, mentio injicitur. In Graecia non niſi diu poſt bellum Trojanum, alia diviſio innotuit (4). Apud Romanos, eadem tempore Decemvirorum, Anno 447. ante Christum natum, in uſu fuit (5): Non diu tamen post, diem et noctem in octo vigilias dividerunt, et Lictor, ſingulas quatuor diei partes, in foro annuntiare debuit (6); At quaeritur hic, unde, ante horologiorum notitiam, quartam diei partem praeterlapſam fuisſe, ſcire potuerint? forſan eodem modo, quo meridiem deprehendebant; ſcilicet, narrante Plinio (7), Sella Praetoris, ex qua jus dicebat, in Foro erat collocata, et animadverſum fuit, meridiem adesſe, cum ſol inter hanc ſellam et Grae-

(4) Heſiod. ἔ. κ. ἡ. 810 et 19 Ubi de tempore matutino vespertino, et μεσσὴ-ἦμαρ.

(5) Plinius Hiſt. Nat. lib. 7. cap. 6. negat, hoc tempore Meridiem Romanis cognitam, et ad diviſionem diei adhibitam fuisſe, hoc vero deinceps demum obtinuiſſe ait; addit porro: „duodecim, enim tabulis ortus et occaſus tantum „nominantur;" haec vero omnino repugnent iis, quae ex ipſis his tabulis discimus, in quibus tab. 1. num. 8. ante Medidiem, num. 9. poſt Medidiem, expreſſe nominantur: Aulus Gellius, noct. attic. lib. 17. cap. 2., Plinium hic jam castigavit, Gothofredus et Oiſelius vero, illum defendere conati ſunt: Nec tamen meridiem exacte determinare poterant veteres Romani, ſatis erat pro aevi ingenio, ſi ad proximam horam illam noſcerent.

(6) Varro de Ling. Lat. lib. V^to^.

(7) Plin. Hiſt. Nat. lib. 7. cap. 60.

Graecoſtaſin conſpiceretur, itaque eodem modo lictor, ex aliis hujus generis indiciis, primam et tertiam diei vigiliam, deprehendere potuit.

§. 2. Pervenimus nunc ad diviſionem dierum in partes minores; licet quidem Hiſtoria horum temporum nullas alias diviſiones nobis exhibeat, veriſimile tamen non eſt, tempus inter ortum vel occaſum ſolis, et meridiem praeterlapſum, quod pro aeſtate ſeptem horis et amplius conſtaret, non accuratius determinatum fuiſſe, ordo enim, et indoles cujusque civitatis, et vitae non omnino rudis ratio, illud poſtulare videntur: Itaque lubentius ſilentium antiquitatis de hac re, ex ſingulari modo, quo antiquitus diem forſan dividebant, quam ex alius diviſionis ignorantia, derivem: Scilicet, ſi diei diviſiones in partes minores, pro variis locis, variae esſent, et unicuique civitati ac pago peculiaris ac ſua esſet ratio, Hiſtorici, deficiente communi menſura, memoriam rerum geſtarum, ex hisce diviſionibus determinare non potuerunt, quippe quas aliis in locis, et poſteritati maxime, omnino incognitas, ſciebant: Exempli cauſſa, ſi in urbe quadam, ex longitudine umbrae, quam templum, vel domus vel arbor projiciebat, indicium temporis praeterlapſi inter meridiem, matutinum, et veſpertinun tempus ſumeretur, illa temporis menſura, ad hanc civitatem tantum erat accommodata, ab aliis vero,

non

non potuit intelligi: Umbra a corporibus projecta indicium temporis videtur facillimum, et quod oculis ſponte ſe offert; ſole adſcendente, longiores primum umbras, ſenſim minores fieri usque ad meridiem, deinceps vero, eadem ratione iterum augeri videbant; Philoſophi, naturam contemplantes, ex his phaenomenis, procul dubio ab antiquisſimis temporibus, qualem cumque diei dividendae rationem, deprehenderunt, neque haec ratio agricolam diu latere potuit; ſub dio vitam agens, aliquando umbram, variis temporibus, pedibus metiebatur; horumque numerum memoria tenebat, aut in arena notabat, ſequenti die, umbram per heſternas diviſiones continuo euntem vidit, et ſic forſan dies, plerisque in locis, in minores partes fuit diviſa, licet de his diviſionibus, apud antiquos auctores, in rebus gestis determinandis, non diſerta facta fuerit mentio.

§. 3. Hae conjecturae, ex quibusdam veterum relationibus, eam mihi probabilitatem attingere videntur, qua, in tanta rei antiquitate, majorem vix potest deſiderari; Re vera, apud antiquos auctores frequens mentio fit, de menſura umbrae, et de tempore per eam menſuram determinando, loquebantur (8) ſci-

(8) Pollux in Onomast. I. 72. mentionem facit, de σκιὰ ἑξάπους: Menander in Atenaeo 6. 10. δεκάπους Suidas de

ſcilicet de umbris 20, 12, 10 et 6 pedum, ad quas in vita publica vel privata, actiones inſtituebant, ita ut, uti hodie quaenam hora ſit, tum temporis, quanta esſet umbra, rogarent homines (9).

§. 4. Hae autem umbrae pendent, tum a Declinatione ſolis ab Aequatore, quae ſingulis diebus mutatur, tum ab altitudine ſtyli, cujus umbra erat metienda; Itaque quaestio oritur, quomodo illius aetatis homines de umbris 20, 10, 6 &c. pedum locuti ſint, niſi ſimul altitudinem ſtyli, et diem anni indicaverint: Quod ad differentiam umbrarum, quae oritur a mutata ſolis ab Aequatore Declinatione, animadvertendum est, longe plurimas relationes conſuetudinis antiquae umbrae metiendae, a Comicis Ariſtophane et Menandro, aut e Luciano et Polluce esſe petitas; quod ad illos attinet, diem anni ſemper accurate indicare, genio comico repugnasſet, ſcilicet abunde dies haec ex argumenti circumſtantiis in Comoedia cognita erat, aut ejus notitiae non magni intererat; in utroque caſu, diei mentio fiere non debuit, quan-

de σκια δεκαπες. Ariſtophanes in εκκλης. 744 στοιχεῖον δεκάπουν. Heſichius στοιχεῖον εἰκόσι ποδῶν. Lucianus in Chryſochr. στοιχεῖον ἑξάπουν aliaq: vid. Salmaſius Exercit. Plin. tom. I. p. 632. et Pitture antiche d'Ercolano tom. III. in prefazione.

(9) Lucianus Electr. p. 710. συνὲχες ἐπίσκοπων ἀποσκέπειν τὸ στοιχεῖον ἤν quanta ſit umbra, id est quae hora ſit.

quando de longitudine umbrarum ſermo erat; Hi vero, nullibi ex profeſſo de hac antiqua conſuetudine loquuntur, ſed tantum quaſi in tranſitu, ut de re quadam in vulgus nota. Ad ſtylum autem quod refert, veriſimile, imo, uti deinceps patebit, ſatis certum est, hunc, hisce temporibus, primum quidem apud Graecos, dein apud Romanos, altitudinis fuiſſe determinatae, quae pro omnibus regionibus eadem et conſtans fuit, quod, etiamſi omnino relationes veterum deficerent, ex rei ipſius natura, quae cognitum ubique, et conſtantem ſtylum postulant, conficere poſſemus. Interim hodie non ita facile videtur determinatu, quanta haec ſtyli altitudo fuerit, Salmaſius, Petavius, aliique multa de hac re disputarunt, res tamen, ſi judicium interponere liceat, minime confecta mihi videtur; argumentum quod tracto, postulare videtur hujus rei explicationem, quapropter, inprimis ex memorabili quodam monumento, ad quod plerique eruditi non ſatis attenderunt, uti ex aliis circumſtantiis, quid in hac re certum videatur, determinare conabor.

§. 5. Monumentum hoc invenitur in opere Palladii, auctoris ſeculi quinti, de re Rustica, exhibet longitudinem umbrae ſingulis horis pro quoque menſe, quaeque dies 12 horis apud eum conſtat, neque hae ſunt aequinoctiales quales nos habemus, ſed καιρικαι, inaequales, quo-

quarum ſingulae, partem duodecimam temporis per quod ſol ſupra horizontem verſatur, monſtrant, de quibus deinceps copioſius dicendum erit. Tabella continet umbras has ex Palladio excerptas: Prima et ſecunda columna continet duodecim diei diviſiones, vel horas, expreſſas partibus duodecimis arcus ſolis diurni, computabantur hae partes ab ortu ſolis usque ad occaſum ejus, prima erat, cum ſol duodecimam partem arcus diurni percurrisſet, duodecima, in ipſo horizonte, ſole occidente; caeterae columnae continent umbras per duos menſes hisce columnis inſcriptos, pro ſingulis horis: Jam vero altitudines ſolis, pro partibus aequalibus arcus ſemidiurni, ad utrumq. lineae meridianae latus ſumtis, aequales ſunt, hinc umbras, horis 5 et 7, 4 et 8, 3 et 9, 2 et 10, 1 et 11 aeque a Meridie, quae in horam ſextam incidit, diſtantibus, aequales quoque esſe, necesſe est. Palladius altitudinem ſtyli, et latitudinem loci, pro quibus elementis umbrae hae ſunt exaratae, non refert, nostrum itaque erit, rationibus Mathematicis, haec ex ipſis umbris colligere.

Tab.I. Fig.A.

§. 6. Sit itaque umbra ſtyli ab perpendiculariter ad planum horizontis erecti, die ſolſtitiali aeſtivo in ipſa Meridie ac, diebus aequinoctialibus vero ad, in ſolſtitio brumali ae; ſit maxima ſolis declinatio, vel obliquitas Eclipticae α, altitudo Aequatoris ſupra horizontem vel comple-

Tab. III. Fig. 1.

plementum latitudinis ſit A, hinc angulus *bda*=A, *bca*=A+*α*, *bea*=A—*α*.

In Triangulo *bad* rectangulo in *a* *ba*: *ad* = Tang. A: 1
in Triangulo *bea* *ba* : *ea* = Tang. $\overline{\text{A}-\alpha}$: 1
hinc ex utraque *ad* × Tang. A = *ea* × Tang. $\overline{\text{A}-\alpha}$
ſit *ad* = a *ea* = b erit $\frac{\text{b}}{\text{a}} = \frac{\text{Tang. A}}{\text{Tang.}\overline{\text{A}-\alpha}}$

$$\text{ſed Tang}\ \overline{\text{A}-\alpha} = \frac{\text{Sin.}\ \overline{\text{A}-\alpha}}{\text{Coſ.}\ \overline{\text{A}-\alpha}} = \frac{\text{Tang. A} - \text{Tang.}\ \alpha}{1 + \text{Tang. A. Tang}\ \alpha};\ \text{hinc erit}$$

$$\frac{\text{Tang. A}}{\text{Tang.}\ \overline{\text{A}-\alpha}} = \frac{\text{Tang. A}\ (1 + \text{Tang. A. Tang.}\ \alpha)}{\text{Tang. A} - \text{Tang.}\ \alpha} = \frac{\text{b}}{\text{a}}$$

vel a. Tang α. Tang. A² + (a−b) Tang A = − b. Tang. α

$$\text{diviſa per a.Tang.}\alpha\ \text{fit Tang.A}^2 + \frac{\text{a}-\text{b}}{\text{a.Tang}\ \alpha}\ \text{Tang.A} = -\frac{\text{b}}{\text{a}}\ \text{unde}$$

$$\text{addendo} + \frac{(\text{a}-\text{b})^2}{4\,\text{a}^2.\text{Tang.}\ \alpha^2} = \frac{(\text{a}-\text{b})^2}{4\,\text{a}^2.\text{Tang.}\ \alpha^2}$$

$$\text{Tang. A} + \frac{\text{a}-\text{b}}{2\,\text{a.Tang.}\ \alpha} = \pm\sqrt{\frac{(\text{a}-\text{b})^2}{4\,\text{a}^2.\text{Tang}\ \alpha^2} - \frac{\text{b}}{\text{a}}}$$

$$\text{hinc Tang. A} = \frac{-(\text{a}-\text{b})}{2\,\text{a. Tang}\ \alpha} \pm \sqrt{\frac{(\text{a}-\text{b})^2}{4\,\text{a}^2.\text{Tang.}\ \alpha^2} - \frac{\text{b}}{\text{a}}}$$

Umbra ſtyli meridiana pro Aequinoctiis vel a menſe Martio ex tabula = 5, Septembre vero = 4; hinc, ſumto numero medio, erit a = 4, 5: umbra meridiana Solſtitii hyberni = b, menſibus Januario et Decembre ex tabula est 9, quae, ſi ponatur media, pro die ſolſtitiali hyberno umbra meridiana erit fere = 11; Jam ſubſtitutis pro a, 4,5 pro b, 11 in aequatione exhibita, erit Tang. A = Tang. 65° 14′, vel ſumto

to

ſo ſigno inferiori Tang. A = 49° 5′, itaque A vel 65° 14′, vel 49° 5′.

Si eodem modo umbram Solſtitii aeſtivi cum Aequinoctiali comparemus, poſita pro umbra aequinoctiali *a d*, a, pro ſolſtitiali *ac*, b, erit

$$\text{Tang. } A = \frac{(a - b)}{2\,a.\text{Tang.}\,\alpha} \pm \sqrt{\frac{(a - b)^2}{4\,a^2.\text{Tang.}\,\alpha^2} - \frac{b}{a}}$$

ponatur iterum a = 4,5, umbra pro menſibus Julio et Junio ex tabula est 2, unde pro die 21 Junii ſolſtitiali umbra brevisſima fere = 1,6; itaque ſit b = 1,6 unde ſit Tang. A = Tang. 50° 4′, vel ſumto ſigno inferiore Tang. A = Tang. 16° 26′ et A vel 50° 4′ vel 16° 26′; quoniam itaque A in utroque caſu eundem valorem habere debet, ex priori erit 49° 5′, ex altero 50° 4′; differentia 59′ procul dubio inde orta est, quod valores a et b non ſatis accurate determinati ſunt, nec tamen haec tanta est, ut nos impediat, ne ipſi A valorem medium 49° 30′ asſignemus.

Ut porro altitudo ſtyli inveniatur, in Triangulo *bea*, ſi A. = 49° 30′ *ae* = 11

erit $ab = ae \times \text{Tang.}\,\overline{A - \alpha} = 5{,}32$

In Triangulo *abc*, ſi *ac* = 1,6

erit $ab = ac \times \text{Tang.}\,\overline{A + \alpha} = 5{,}27$

In Triangulo *abd*, ſi *ad* = 4,5

erit $ab = ad \times \text{Tang. } A = 5{,}27$

med-

medio ex his ſumto, erit altitudo ſtyli vel *ab* = 5,29; ſed quoniam fractio 0,29 exigua eſt, ſuſpicor *ab* tantum 5 ponendum eſſe: ponatur jam in Triangulo *abd* *ab* = 5, erit A = 48° et elevatio Poli vel latitudo loci pro qua tabula fuit exarata = 42°, quae parallelo Romano congruit, poſito deinceps pro A, 48° et pro a 4,5, erit umbra Solſtitii aeſtivi = 1,661, hyberni vero 11,02, qui valores iis, quas ex tabula deprompſimus, exacte ſatis conveniunt.

§. 7. Ex cognitis altitudine ſtyli, et latitudine loci, umbrae meridianae pro reliquis menſibus hoc modo facile inveniuntur: Computentur umbrae, quas ſtylus die primo et ultimo menſis ſcripti ſupra columnam, in ipſa meridie projiciat, ſumatur media ex quatuor hiſce umbris, quae erit umbra in tabula expreſſa; hoc modo ſingulas umbras meridianas computando, numeros in tabula expreſſos, ab iis, quos calculus exhibet, pro quarta columna differre — 0,9, pro quinta + 0,33, pro ſexta — 0,55, pro ſeptima + 0,53, pro octava — 0,2, nunquam vero hanc differentiam unitatem attingere deprehendi: haud credo, aliquem majorem conſenſum inter calculum et res hujusmodi poſtulaturum eſſe, differentia enim haec re vera nulla habenda eſt, cum umbrae tantum integris numeris in tabula ſint expreſſae; caetera quod ad umbras horarum reliquarum atti-

 net,

net, plus minus a calculo ſunt diverſae, imo ex aequalibus earum differentiis facile colligitur, poſse forſan alicubi diſcrimen a calculo unitatem ſuperare; neque tamen auctorem imperitiae accuſabit, qui animadvertit, tum illam in uſum ruſticorum fuisſe exaratam, quorum non magni intererat differentiam ſemihorae in domeſticis peragendis negotiis habere perſpectam, tum vero ex aequali differentia illud commodum oriri, quod tabula integra facile memoriae mandaretur, ut ita quisque, etiam imperitisſimus, ea uti posſet.

§. 8. Vidimus §. 5, ſtylum, a Palladio uſitatum, altum fuisſe quinque pedes, altitudo haec, licet non exacte cum altitudine corporis humani congruat, ab ea tam parum differt, ut tuto pro illa asſumi poterit; ſi autem pedes hos cum pede humano congruere asſumamus, ipſum corpus ſtyli loco eſt, et facili modo ex eo hora cognoſcebatur; ſcilicet unicuique, horam cognoſcere cupienti, umbra, quam corpus projiciat, pedibus metienda eſt, ex hac vero menſura pro quoque menſe hora ex tabula depromitur; hinc veriſimile fit, antiquitus corpus humanum pro ſtylo habitum fuisſe, ex quo umbrae 20, 12, 10 vel 6 pedum computabantur, nulla enim facilior menſura invenitur, quae ſimul pro omnibus locis eadem et ubique cognita erat: Praeter hoc argumentum, quod

mi-

mihi rem ſatis determinare videtur, alterum cum Salmaſio loc. laud. deſumo ex loco quodam Theodori, ubi ait: δεῖ σε τοὶ γαρ οὖν σὴμιουσθαι τὰς ὥρας μετροῦντα τὴν ἑαυτου σκὶαν τοῖς ἰδιοῖς πόσιν, ἐν τῷ μετατιθὲναι ἕνα παῤ ἕνα πόδα, ἕως τοῦ τόπου ἔνθα ἐτυχε τὸ ἄκρον τῆς κεφαλῆς σοῦ εν τῳ ἵσαθαι σὲ ὄρθον κἆταντῆσαν δὶα τῆς σκὶας „ ad horam reperiendam „ oportet, propriam umbram metiri pro„ movendo pedem ante pedem uſque ad ex„ tremam umbram capitis tui, ſi rectus „ incedas."

§. 9. Nihil magis manifeſtum eſſe potest, quam hoc teſtimonium, attamen nonnulli eruditi, inter quos primus Petavius, illud rejiciunt, licet non aliam, ne probabilem quidem, ſententiam in ejus locum ſubſtituerint: Petavius (10) riſum nobis de hac ſententia movere ſtuduit ex loco Ariſtophanis, ubi ait, coenam haberi ſolitam, quando umbra decem pedum erat: Jam ex calculo Petavii, ſi umbram ad menſuram corporis humani uti ſtyli, computemus, altitudo Athenienſium 2,5 pedes non ſuperasſet, quod ſane ridiculum eſt: At vero Petavius asſumpſit, coenam olim habitam fuisſe paullulum ante occaſum ſolis, pro qua tamen opinione nullum exhibet argumentum; contra po-

(10) Disſertationes var. in Uranologio disſ. VII. et VIII.

potius aetate Ciceronis (11) coena hora IX, et Plinii (12) temporibus, aeſtate hora IX, hyeme vero hora X habebatur. Jam Ariſtotelis tempore eadem conſuetudine ſuppoſita (quam opinionem falſam esſe, neminem opinor facile probaturum) umbra X pedum, quando coenam haberi ſolebant, cum hora IX menſibus Aprile & Septembre congruet, quippe quae in tabula Palladii 10 pedum eſt; itaque corruit ſpecioſum hoc argumentum Petavii.

Aliud argumentum idem ille Eruditus ex ipſa Palladii tabula ducit; ait enim, ſi ſtylus quinque vel ſex pedes altus fuerit, inde ſequi inclinationem Tropici Cancri ad Aequatorem decem gradibus ſuperare inclinationem Tropici Capricorni, quod abſurdum foret; At hîc vir ille magnus fallitur, ſcilicet umbras horae ſextae ex ſecunda et octava columna [novem et duo], umbras meridianas dierum ſolſtitialium esſe, asſumpſit, quae vero, uti vidimus, mediae ſunt duorum menſium, altera quidem Decembris et Julii, altera Junii et Julii; ſi vero 11,02 et 1,661, quas umbrae longitudines ſupra invenimus, pro umbris meridianis adhibeantur, eadem utriusque Tropici invenitur inclinatio, unde difficultas a Petavio mota perit. Denique non obſtat varia pedum longitudo, homo enim procerioris ſtaturae pedes longiores habet, minus vero procerae quoque breviores.

(11) Cicero ad famil. lib. IV. ep. 26.

(12) Plinius lib. III. Epiſt. 1.

§. 10.

§. 10. Itaque ſatis certum mihi videtur, umbras, quae apud auctores veteres ad determinandum tempus diei inſerviebant, menſuram continere illius umbrae, quam projicit corpus humanum, expreſſam pedibus; Hanc autem menſuram veteres forſan memoriae mandarunt, aut tabula, qualis illa Palladii, iis in promptu erat, unde tempus diei ex umbra dimenſa ſtatim invenire poterant. In civitatibus veriſimile est, in foris locisque publicis erectum fuisſe ſtylum quinque vel ſex pedum, quae umbram projiciebat in aream horizontalem distinctam lineis diverſis ex quibus diviſiones diei innotescebant; Nonquidem amplius monumenta exſtant, unde hoc apparet, attamen nonnulla ſunt ex quibus talia olim fuisſe ſuſpicari liceat: Caetera conſuetudo haec ex umbrae menſura tempus diei colligendi procul dubio antiquisſima est, et conſtat eam horarum uſui esſe antiquiorem, quibuscum tamen deinceps fuit juncta; ſeculo IV illa una cum horis inaequalibus uſu nondum obſoleverat, teste eadem tabula Palladii.

§. 11. Postquam jam de antiquisſimo modo, quo tempus diei deprehendebatur, egimus, proximum est, ut de diviſione diei in partes, harumque partium cognoscendarum ratione dicamus; Quaeque anni dies antiquitus in duodecim partes aequales fuit diviſa, conſtat quoque

 Chris-

Christi temporibus, has diviſiones apud omnes populos in communi conſuetudine fuisſe; quod de (13) Graecis, de Romanis et Judaeis ſigillatim variis testimoniis probari potest, unde et auctores hujus ſeculi pasſim de horis longioribus ſive aeſtivis, et de brevioribus vel hibernis locuti ſunt, quippe inter omnes ſatis notis. — Haec dierum ſive longiorum ſeu breviorum diviſio in XII partes originem maxime habet reconditam, quam tamen, ſi fieri posſit, explorare, cuivis ſcientiarum origines pervestigare amanti, operae pretium est, praeſertim; ſi ad indolem harum diviſionum attenderit; unde enim homines hanc diviſionem temporis arripuerunt, quae numquam conſtans est, ſed ſingulis diebus mutatur? Historia antiquisſima nihil de tempore, quo primum ea invaluerit habet, deſunt quoque alia monumenta; Antiquisſimam mentionem de iis facit Herodotus (14) quan-

(13) De Graecis vid. Galenus de cur. propr. affect. lib. 2. de Romanis, Cenſorinus de die natali Cap. 10. Vitruvius Arch. vet. l. 8. c. 8. et alios pasſim; de Judaeis vid. Johann. 11. 9; horae autem aeſtivae Romae fere duplo majores erant hybernis; unde hae longae, vid. Martial 12. ep. 1. Virgil. Ecl. 9. v. 51. Propert. III. d. 18. 3, illae breves vocabantur vid. Plautus act. V. Sc. 12. Caeterum ipſi Romani fatentur, ſe hasce diviſiones a Graecis accepisſe, Plin. Hiſt. Nat. lib. 7. Cap. 60.

(14) Lib. II. Segm. 9. edit. Wesſel. πόλον μεν και γνώμονα και δώδεκα μέρεα της ἡμέρας παρα Βαβυλωνίων ἔμαθεν οι Ἕλληνες. nulla caus-

quando, Graecos δώδεκα μέρεα τῆς ἡμέρας a Babyloniis accepiſſe, ait, quod etiam ſuſpicari licet ex eo, quod horae καιρικαι, aeque ac Babylonii ſolebant, ab ortu ſolis computabantur; ſed an Babylonii fuerint inventores, et quando ubive hoc factum fuerit, de eo nihil tradit; Itaque, deficiente omni testimonio Antiquitatis, eam auſus ſum facere conjecturam, quae ex indiciis nonnullis, tum ex rei indole, tum aliunde petitis, mihi maxime veriſimilis videbatur.

§. 12. Inter ſingulares, et ſaepius varias traditiones, quae ex Theologia, Phyſiologia, et Hiſtoria Naturali veterum Aegyptiorum noſtram aetatem attigerunt, Victorini (15) habemus narrationem, Hermem Triſmegiſtum ſcientiarum apud Aegyptios patrem in illa regione conſpexiſſe animal ſacrum duodecies quoque die, at paribus temporum intervallis mejere ſolitum, atque ab hac iſtius animalis conſuetudine, diviſionem dierum in duodecim partes originem traxis-

cauſſa eſt, cur auctore Salmaſio haec δωδ. μερ. τ. η. horas καιρικας fuiſſe negemus, licet quidem verum ſit nomen των ὡρων iis poſtea demum impoſitum fuiſſe, ὡραι μεσημβριναι quas nominat Callimachus Hymn. in Lavacr. Palladis v. 73. et ὡραι μεσονυκτιοι Anacreontis, tempus commode interpretatur, non enim Platonis et Ariſtotelis aetate vocabulum ὡραι de 24 his diviſionibus adhibitum fuiſſe, docet Caſaubonus ad Atenaeum lib. 1. cap. 1.

(15) Explication in Ciceron. 1. Rhetor.

traxiſse; cum hac narratione congruunt ea, quae habet Horus Apollo (16) de Cynocephalo, ſacro Aegyptiorum Hieroglypho „ quando, ait, Ae„ gyptii aequinoctia indicare volunt, illud Cy„ nocephalo, effigiunt, duodecies enim die toti„ demque vicibus nocte meit; hinc Aegyptii „ illum clepſydris ſuis impoſuerunt eo habitu, „ quoniam XII horas indicat, in quas dies aequi„ noctiales diviſae ſunt." (17) Quamquam ridicula haec ſit narratio, videtur tamen in antiquisſima monumenta doctrinae Aegyptiorum Myſticae referenda esſe, qua, prout conſuevere, quidquid, ſive ipſi invenisſent, ſeu a Babyloniis aliisve populis, de ſcientia naturali, Geogonia, et Aſtronomia accepisſent, myſticis involucris involverint: In his traditionibus ſingulare hoc eſt, animal illud ſacrum duodecies mejere ſolitum fuisſe, ex altera narratione paribus temporum intervallis, ex altera diebus tantum Aequinoctii; unde manifeſtum eſt, antiquisſimis temporibus, non ſingulas dies, ſed tantum aequinoctiales, in duodecim partes fuiſſe diviſas: Idem hoc diſcimus ex antiquo Calendario Romano, (18) ubi haec leguntur: Januarius, „ men-

(16) Hieroglyph. 1. c. 16.

(17) Huic ſimilis narratio eſt apud Photium in vit. Iſidori c. 242.

(18) Vid. Salmaſius Exerc. Plin. p. 641.

„ menſis hic habet horas diei X, noctis XIV „ ſimilis Decembri pro Solſtitio. Junius, menſ„ ſis hic habet horas diei XIV, noctis X „ ſimilis Julio pro Solſtitio." — Ex his itaque, ni fallor, apparet, veteres ſapientes haud latuiſſe, dies aequinoctiales ſolas duodecim horas continere, quae conſtans temporis menſura haberi poſſent; quamvis itaque quaeque dies pro vitae communis uſu in XII partes divideretur, Philoſophi et Aſtronomi horas aequinoctiales cognitas habebant, iisque utebantur. His primum animadverſis, conjecturam de origine horarum inaequalium proponam.

§. 13. Babylonii per aliquot ſecula coeli phaenomena jam obſervarant, cum nullus adhuc populus in hanc rem operam contulisſet; In aedibus Beli magnificis Babylone exſtructis locus erat, ex quo motus coelestes attente contemplari ſolebant (19); Procul dubio hi primi Aſtronomi coeli converſionem diurnam ſtatim animadverterunt, eamque, utpote conſtantem, temporis menſuram habuerunt; Zodiaci apud eos duodecim erant partes, atque forſan ex iisdem rationibus tempus ſemiconverſionis coeli in tot partes diſtinxerunt, quoniam autem diebus Aequinoctiorum partes aequales arcus ſolis diurni, et totius coeli congruunt, diviſionem

(19) Diodor. Sicul. Biblioth. Hiſt. lib. II.

nem ſemiconverſionis coeli ad ſolis motum diebus Aequinoctiorum applicuerunt; Sic Aſtronomi antiquisſimi diviſionem diei aequinoctialis, quae converſionis totius coeli eſt, in XII partes conſtantem menſuram temporis habuerunt, quod de antiquisſimis temporibus ex narrationibus, §. praecedenti allatis, de recentioribus ex Calendario laudato, uti ex his verſibus Manilii (20), patet.

Nec tibi conſtabunt aliter veſtigia veri,
Ni lucem noctemque pares dimenſus in horas,
In quantum vario pateant ſub tempore, noris,
Haec erit in Libra, quum luces vincere noctes
Incipiunt, vel quum medio concedere vere &c.

§. 14. Nec tamen haec diviſio dierum in horas aequinoctiales hisce temporibus ad vitam communem ſatis erat accommodata, cum inſtrumenta ad tempus aequaliter dividendum neceſſaria nondum cognita esſent; Clepſydra enim poſtea demum fuit inventa aut ſaltem ejus uſus nondum erat communis; praeterea varia dierum longitudo in regionibus hisce ſatis animadverti non poterat, niſi a ſolis Aſtronomis: Itaque exiſtimem, diviſionem dierum aequinoctialium in partes duodecim, primum ab Aſtronomis inventam, iisque ſolis perſpectam, poſtea di-

(20) Manilii Aſtronomicon. apud Salmaſ. loc. laud.

divulgatam fuiſse; Vulgus autem, veram harum diviſionum rationem ignorans, ejus tamen commoda in vita communi, actionibusque regundis animadvertens brevi illam ubique accepit, et ſic, neglecta differentia, quae inter dierum longitudinem obtinet, diviſio cujusque diei in XII partes in communi abiit conſuetudine; nec mirum, differentia enim inter has longitudines in regionibus Orientalibus longe minor est, quam in Occidentalibus, quod ex Sphaericorum initiis conſtat. Neque tamen Aſtronomorum erat, contra hanc conſuetudinem ſemel receptam ſe opponere, quippe cujus magna in vita communi erat utilitas, contra, uti ex ſolario Beroſi deinceps deſcribendo aliisque apparet, illam ſunt ſecuti, ſenſimque reddiderunt perfectiorem.

§. 15. Origine horarum inaequalium ex conjectura probabili in lucem protracta, alia quaeſtio de hac re non minus difficilis ſuboritur; Scilicet, quomodo veteres ſingulas has diei diviſiones cognoverint, ſive ſcirent, quota hora esſet? Antiquisſimis certe temporibus Babylonii clepſydris utebantur, imo earum mentio fieri videtur, antequam de Solariis aliquid relatum invenimus; Licet vero haec opinio probabilitatis ſpecie ſe commendet, exiſtimem tamen, uſum Solariorum antiquiorem, ſaltem clepſydrarum uſui aequalem fuiſse; Etenim omnis temporis diviſio in vita communi ex obſervatione curſus

ſo-

ſolis diurni, ut pote facillimi, et qui maxime in oculos incurrit, originem mihi traxisſe videtur; nec credo, homines facile ad aliquam temporis menſuram pervenisſe, niſi ex phaenomenis ſolis, lucisque et umbrae incremento et decremento, qualemcumque diei diviſionem deprehendisſent.

§. 16. Interim formae antiquisſimae Solariorum nullum monumentum ad nostra tempora pervenit, Solarium enim quod Beroſus ex Chaldaea in Graeciam primus duxit, (de quo ſtatim exponemus,) antiquisſimum fuisſe, vix asſumi potest, quoniam ad ejus fabricam requiritur notitia de annuo ſolis per Eclipticam motu, altitudine Poli, et elementis artis projectionis, quae tamen omnia in artium infantia jam cognita ſupponi vix posſunt. Primum inſtrumentum, quo diviſiones diei deprehendebantur, procul dubio longe erat ſimplicisſimum; neque tamen quid ſimplicius esſe potest, quam ſtylus perpendicularis, cujus umbra in plano horizontali projiciebatur, harum enim umbrarum longitudines tantum erant obſervandae, et repetitis obſervationibus in aliquot, uti ſex, partes dividendae, quibus in area horizontali notatis Solarium, quamtumvis rude et minime perfectum, conſtructum erat ex ſolis obſervationibus ab unoquoque facile inſtituendis, neque ulla notitia de motu ſolis in Eclipticam, altitudine Poli, aliisve

ex

ex Sphaericorum doctrina ad haec requirebatur; Forſan haec forma ſolarii, quae mihi antiquisſima videtur, illuſtratur ex Paraphraſi Chaldaica Jonathanis ad Jeſ. XXXVIII (21), qui eo in loco verba מעלות אחז reddidit, vel potius explicavit per אבן שעאה lapis, quem inſpiciunt, (inſpectionis); memoratu quoque dignum eſt in locis Daniel. III: 6, 15. IV: 16. V: 5, tempus certum ſive determinatum שעה vocari, quod a שעה inſpexit, originem traxit; Ex his ſuſpicari licet, ſaltem apud Chaldaeos jam tum temporis, VIII ſecula ante Chriſtum natum, diei diviſiones vel horas, ex notis lapidibus inciſis, per umbram a ſtylo perpendiculari projectam cognitas fuisſe; Hujusmodi lapides forſan ubi-

(21) De Solario Achazi ex meo judicio parum conſtat; primum quidem incertum eſt, utrum verba מעלות אחז ſolarium, an vero gradus palatii deſignent; ſi prius, Solarium hoc XX. gradus habebat, nec tamen ab aliquo populo dies vel νυκτημερον in tot partes ſuit diviſa, attamen XXIV. gradus habere potuit, quae tum horas indicaverint; vel quoque ex conſuetudine Indorum, Perſarumque veterum νυκτημερον in LX partes, potuit esſe diviſum, ita ut quaeque מצלה (gradus) hujus Solarii 0,4 pars esſet horae aequinoctialis: Calmet, ex opinione plerorumque Judaicorum interpretum, hoc ſolarium, idem ac πολον Herodoti fuisſe putat: Caeterum vide de hac re Grotii explicat. ad Jeſ. XXXVIII. Calmet disſert. de horologio Achaz inſerta disſertationum ejus Fasciculo: et Martini Abhandlung von den Sonneuhren. der Alten. p. 38.

ubique in Oriente ad uſum publicum erant exſtructi, quum in Occidente non alia, niſi ea, quam diximus, diviſio temporis matutini, medii, et veſpertini in uſu eſſet. Ex mea igitur opinione Solarium Horizontale ſtylo perpendiculari, cujus deinceps Cap. IV rationes Mathematicas exponemus, omnium fuit antiquisſimum: Fateor quidem, me ex veterum teſtimoniis hujus generis exemplum non poſſe proferre praeter Pelecinon, a Vitruvio laudatum, de quo infra Cap. III. dicemus, interim ſuſpicari audeo, ſi umquam Orientis, urbiumque Aſiae nobilium rudera, eadem diligentia explorentur, qua Italiae et Graeciae monumenta, illa nos de hac re certiores redditura eſſe.

§. 17. Antequam autem ad Hiſtoriam Solariorum accedam, mentionem facere me oportet de inſtrumento quodam, quod ſaepius ab Antiquariis cum Solario, at perperam, confunditur ſcilicet Γνωμων vel Ἡλιοτρόπιον: Ab antiquisſimis, temporibus indicia reditus ſolis ad eundem in coelis locum ex umbris arborum, antrorum, vel templorum ſumpta fuerunt, unde gnomon procul dubio originem traxit. (22) Indi et Chinenſes

(22) Hetrod. Ε. Κ. η vers 4-9. et 569.
Homerus Οδ. δ. vers 402. hisce verſibus.
Νῆσός τις Σύριη κικλήσκεται [ἔιπυ ἀκέεις]
Ὀρτυγίης καθύπερθεν, ὅθι τροπαὶ ἠελίοιο κ. τ. λ.

Scho-

ſes, diu ſane Gnomone uſi erant; antequam inſtrumentum hoc in Graecia esſet cognitum, ut ex valde antiquis monumentis veteris Aſtronomiae horum populorum noſtra demum aetate apparuit (23). Herodotus loco laudato Graecos a Babyloniis τον γνωμονα accepisſe dicit; primus vero Anaximander, teste Diogene Laertio, (24) Gno-

Scholiast. min. ad haec: ἔνθα φησὶν εἶναι τοῦ ἡλίου σπηλαῖον δι' οὗ σημειοῦνται τὰς τοῦ ἡλίου τροπάς, putat ſcilicet Homerum de Ηλιοτροπιῳ, quale deinceps fuit erectum, loqui; At Anaximander et Pherecydes, qui, Diogene Laertio teſte, primum in Graecia Gnomonem erexerunt, longe recentioris aetatis ſunt, itaque τροπὰς ἠελίοιο hic loci alia indicia reditus ſolis, ex antris, montibus aut aliunde ſumta, fuisſe necesſe eſt.

(23) Bailly Hiſt. de l'Aſtron. anc. p. 110, 112. aliisque in locis.

(24) Diog. Laert. in vita Anaximandri.

Ευρε δὲ (Αναξίμανδρος) πρῶτος γνώμονα και ἔστησεν επὶ των σκιαθήρων ἐν Λακεδαιμονι τροπάς τε και ἰσημερίας σημαινοντα

Ex quibus verbis patet inſtrumenti hujus uſus, ſcilicet Tropicis et Aequinoctiis inveniendis inſerviebat, plerique putant τα σκιαθηρα locos umbroſos generatim denotare, vel potius eos, in quibus umbrae facile obſervari poterant; haec tamen opinio parum habet, quo ſe commendat; pluris facio conjecturam Cl. Martini disſ. laud. p. 76, σκιαθηρα ſingulare inſtrumentum fuisſe, quo diviſiones diei ex umbra projecta deprehendebantur: veriſimile eſt, fuisſe ſtylum perpendicularem altitudinis 5 vel 6 pedum, in plano horizontali erectum, in quo plano erant diviſiones cujusque umbrae, unde tempus diei innotescebat, de quo inſtrumento, ut antiquisſimo Solariorum genere ſupra locutus fui; Anaximander gnomonem prope, vel ad σκιαθηρα in foro procul dubio collo-

 ca-

Gnomonem Lacedaemone erexit; Non diu poſt Pherecydes (25) Pythagorae diſcipulus Ἡλιοτρόπιον in inſula Coa conſtruxit, quod idem ac Gnomon fuit inſtrumentum (26); ſcilicet in plano horizontali erectus erat ſtylus perpendicularis, cujus umbra ipſa meridie diebus Solſtitiorum et Aequinoctiorum in area hac notabatur; ex quibus umbris linea Meridiana, inclinatio Eclipticae, et loci latitudo computari poterant. Licet autem ſoli fere Aſtronomi his inſtrumentis uterentur, nihil tamen obſtat, quo minus ea publice erecta fuerint: Petavius quidem in locis ſupra laudatis hoc negavit; At Graeci artibus et ſcientiis inprimis philoſophicis omni modo favebant, praeterea obſervationes, hoc inſtrumento factae, maxime ad ipſam civilem conditionem pertinebant, cum ſine iis longitudo anni non facile determinari potuisſet. Inſtrumenti hujus in-

cata, erexit, ita ut quisque tempus die ex σκιαθήροις, diesque anni, praeſertim Solſtitiales et Aequinoctiales, ex gnomone eodem in loco cognoſcere poſſet, caetera vide Baldus lex. Vitr. voce σκιαθής.

(25) Herodotus lib. I. fere 530, ante Ctum natum.

(26) Anaximander ope Gnomonis inclinationem Eclipticae determinavit, multasque alias hoc inſtrumento fecit obſervationes, teſte Plinio Hiſt. Nat. lib. 2. c. 8. Ἡλιοτρόπια Metonis erant procul dubio umbrae ſolis Meridianae pro Solſtitiis et Aequinoctiis vid Aelian. var. Hiſt. 10. 7. & Ariſtoph. Schol. ἐν ὄρνισι.

inventio et uſus procul dubio ad antiquisſima tempora pertinet, accurate tamen illud determinare non valemus: variae adhuc veterum obſervationes per illud factae reſtant; ſic, inter alia, Erastosthenes latitudinem Alexandriae hoc modo invenit (27). Solſtitio Aeſtivo ſol meridianus in ipſo Zenith erat urbis Syenis, eodem die $7\frac{1}{5}$° fere ad Auſtrum erat ipſius Zenith Alexandriae, quod ex Gnomone patebat, unde latitudinem hujus urbis fere $31\frac{1}{4}$° ſtatuit; jam diſtantia inter has urbes ſtadiis cognita erat, hinc longitudo unius gradus terrestris inveniri potuit, ex qua deinde Hipparchus eam magnitudinem terrae adſignavit, quae parum tantum differt ab illa, quam Francorum Astronomi ex accuratisſima menſura invenerunt. Poſtea demum, Solariorum uſu jam in Graeciam recepto, ſtylus vel index Solarii γνώμων dictus fuit, quod discimus inter alia ex loco Luciani, ubi ait ὄγαρ γνωμων σκιάζει μέσην πολον. Imo ars Solariorum conſtruendorum, et quae ad hanc pertinent, Graecis Γνωμονικη, Romanis Gnomonica, deinceps dicta fuerunt; Hinc mihi videtur error eorum originem traxisſe, qui Gnomonem cum horologiis ſciotheris permutant, unde multae lites Salmaſii, Scaligeri, Petavii, Zuzzeri aliorumque, de locis veterum auctorum, in

(27) La Lande Aſtrom. tom. I. 320. III. 2285. edit. III[ieme].

in quibus Gnomonum mentio fiat, interpretandis (28).

§. 18. Astronomi nostris temporibus eodem inſtrumento, paullulum licet mutato, eosdem in fines utuntur, ejusque Historia digna erat, quae ab Astronomiae et Antiquitatis perito exploraretur; Inter varia hujusmodi inſtrumenta apud veteres, illa, quae ab Anaximandro, Pherecyde, et Metone conſtructa fuerunt, prae aliis laudantur, omnium tamen praecipuus fuit ille Gnomon, quem Augustus Romae erexit: Ammianus Marcellinus (29) ait „ obeliscos duos „ ab Hierapolitana Civitate (Augustus) tranſtulit Aegyptia, quorum unus in Circo „ Maximo, alter in Campo locatus est Mar- „ tio; de posteriore illo testatur Plinius (30): „ Ei, qui eſt in Campo Martio Div. Auguſtus „ mirabilem addidit uſum ad deprehendendas „ ſolis umbras, dierumque ac noctium magni- „ tudines, ſtrato lapide ad obelisci magnitudi- „ nem, cui par fieret umbra Romae [vel ex „ emendatione Salmaſii E. P. p. 639.] „ Bru- „ mae confecta die hora ſexta; et paullo poſt addit

(28) Zuzzeri d'una antica villa, ed'un orologio a ſole &c. in Venet. 1746. inprimis videatur Martini diſſ. ſaepius laudata, et Ernesti, diſſertatio de Solariis.

(29) Ammianus Marcellinus lib. 17 Cap. 4.

(30) Plinius Hiſt. Nat. lib. 36. Cap. 10.

dit „ paullatimque per regulas, quae ſunt ex „ aere inciſae, ſingulis diebus decresſeret, ac „ rurſus augeſceret, digna cognitu res, et in- „ genio foecundo: Ex hac Plinii inſtrumenti hujus expoſitione apparet, longitudinem dierum ſolisque altitudinem hoc inſtrumento fuiſſe exhibitas, nulla vero horarum in ea fit mentio, quapropter ſatis certum mihi videtur, illud non fuiſſe Horologium ſciothericum, uti plerique opinati fuerunt, quorum opinio nititur auctoritate Andr. Fulvii (31) a Nardini lau-

(31) Andr. Fulvius circa annum 1513 libros ſcripſit de Urbis Romae antiquo ſplendore, quos Nardini in opere, cui titulus, Roma vetus et nova, ſaepius laudavit, locus Nardini, in Theſaur Antiquitat. Roman. Graevii, ubi Fulvium citavit, ita ſe habet.

„ In parte Martii Campi, ubi nunc eſt Capella S. Lau- „ rentii in Lucana in Capella nova Capellanorum, fuit olim „ baſis illa nominatisſima, et horologium ſuperioribus annis „ effosſum, quod habebat ſeptem gradus circum, et li- „ neas diſtinctas metallo inaurato, et ſolum Campi, erat ex „ latere amplo quadrato, et habebat lineas easdem, et in an- „ gulo quatuor venti erant ex opere Muſivo, cum inſcrip- „ tione Boreas ſpirat, vel U. T. B. S. baſi vero inſcriptum „ erat: Caeſar Divi fil. August. Pontif. Max. Imp. XII. „ Coſ. XI. Trib. Pot. XIV. Aegypto in poteſtatem populi „ Rom, redacto, Soli donum dedit. — Lubens fateor, me haec non ſatis intelligere, nec quid ſibi velint lineae eaedem vel ſeptem gradus, niſi ſint ſeptem lineae umbras notantes quando ſol in initio cujusque ſigni haereat, ex hac narratione colligere; illi tamen, qui monumentum hoc Solarium fuiſſe putant, ex ea argumentum deſumere nequeunt, praeter ſolum nomen horologii.

laudati, quae tamen narratio de hoc monumento, quod ſe invenisſe ipſe perhibet, aeque contrariae ſententiae favere videtur. Interea Plinii auctoritas in hac re prae aliis mihi valere videtur, quapropter allatam illius expoſitionem explicare conabor, ut, quid de hoc inſtrumento ſentiendum ſit, appareat: Primum itaque, auctore Plinio, altitudines ſolis et longitudines dierum in eo notatae fuerunt; quod locum habuit, ſi lineae, in quas apex ſtyli pro varia ſolis declinatione umbram projiciat, in aream horizontalem deſcriptae fuerint; ſed umbrae, ſole oriente vel occidente a ſtylo perpendiculari projectae, infinitae ſunt, itaque in area hac nullo modo exhiberi poterant; patet igitur, umbram ſtyli ab ortu ſolis ad occaſum hiſce lineis non inhaeſisſe, ſed potius paulo poſt ortum et ante occaſum iis congruisſe; praeterea umbra ſtyli inter Solſtitia, ſingulis diebus alias lineam permeat, veriſimile tamen non eſt, tot lineas in area fuisſe deſcriptas, quot dies dimidium anni ſpatium complectitur, illud enim ſine confuſione maxima fieri non potuit; potius itaque exiſtimem, ſeptem lineas in area tantum fuisſe inſcriptas, pro initiis cujusque ſigni Zodiaci, quod ſol in Eclipticam percurrit, umbrae enim longitudines et lineae, quas deſcribunt, a ſolis Declinatione pendent, et pro ſignis adſcendentibus et deſcendentibus aeque a Sol-

ſti-

ſtitiis remotis aequales ſunt: Quod autem ad fabricam hujus inſtrumenti attinet; Plinius ait, ſtrato lapide ad obeliſci magnitudinem illud fuisſe exſtructum, et umbras per regulas creſcere et augescere; quod ad priora haec verba, ſcilicet ad obeliſci magnitudinem, videtur mihi illud idem ſignificare, atque in vel pro ratione magnitudinis obelisci, ſive umbrae ab eo projectae; fuit autem obeliscus ille altus 116 pedum, itaque remotisſima linea, in qua umbra meridiana in Solſtitio hyberno haerebat, a baſi ſtyli circiter 250 pedibus diſtabat, unde necesſe est, radium areae hujus ex baſi obelisci, ut centro, ductae, fere 500 pedum fuisſe, ſi umbra fere ſemihora poſt ortum, et ante occaſum lineis ſeptem contineretur; eodem Plinio teſte, tota haec area ex lapide ſtrato erat confecta, eique lineae ſeptem vel hyperbolae umbram determinantes, ex aere erant inciſae, unde hujus vasti operis ſplendor apparet, quippe quod tali populo, talique auctore fuit dignum: Tab. VI picturam ejus exhibui; in S erat Tab. VI. Fig. 33. obelisci locus, hujus vero umbra pro varia ſolis altitudine ſingulis lineis continebatur, ſic apex umbrae obelisci Solſtitio aeſtivo hyperbolam ſtylo proximam, Aequinoctiis lineam rectam, Solſtitio vero hyberno remotisſimam hyperbolam, percurrebat: Obeliſcus, qui elegantisſimo huic gnomoni olim inſervit, adhuc Romae fere in-

teger conſpicitur; Barbarorum incurſionibus et temporum injuriis proſtratus, per multa ſecula ſub terra ignobilis latuit, donec Benedictus XIV. Pontif. Max. anno 1748, ope Zabagliae, egregii Mechanici, illum ruderibus et aedificiis, quibus obrutus erat, extraxit, et publice erexit: Hiſtoriam ejus dedit Baldini; exſtat quoque in actis Erudit. Lipſienſium. (32).

§. 19. Inter Gnomones recentiores omnium maximus fuit ille, quem Princeps Tartariae Ulug Beg, ſcientiarum inprimis Aſtronomiae illustris Maecenas, Seculo XV Conſtantinopoli exſtrui curavit, (33) ejus altitudo 183 pedum erat: — memorabilis quoque ille eſt; qui exſtat Bononiae, altitudinem habens octoginta trium pedum, et a Caſſini, qui per illum varias easque egregias fecit obſervationes, fuit fabricatus; Neque minus ille Gnomon, qui Pariſiis exſtat, noſtro tempore obſervationibus Mounnierii innotuit: Inter maxime elaboratas hujusmodi machinas ille Gnomon nominandus eſt, quem Clemens XI Pont. Max. in Thermis Diocletiani exſtrui curavit, in quo praeter altitudines ſolis meridianas pro initiis ſigni, in quo ſol haereat, Poli quoque elevatio per ſtellas circumpolares indicata fuit, deſcriptus

(32) A. Baldini in opere, cui titulus: del obelisco, di Caeſare Augusto, cujus operis epitome invenitur in Act. Erud. 1754. August. p. 456. &c.

(33) Vide Bailly Hiſt. de l'Aſtr. Anc. p. 258.

tus est a Blanchini (34): Denique duumviri praeclari de Caeſaris et Reggio Anno 1788 in urbe Mediolanenſi Gnomonem fecerunt, cujus altitudo ſeptuaginta trium pedum est. Obſervare hic me oportet, Gnomones recentiores ab antiquis in eo differre, quod loco ſtyli perpendiculariter in plano erecti, cujus apex umbram determinaret, in recentioribus foramen exiguum in aedium lacunari fit; trans quod radius ſolis penetrans imaginem ſolis in aream depingit; Ex antiquo modo, umbra ſtyli propter penumbram, ei adhaerentem, nimis erat vaga, nec ſatis accurate determinari poterat; (35) in recentioribus vitium hoc non quidem omnino e medio ſublatum, at tamen multum correctum fuit; caetera Gnomon a praeſtantisſimis Aſtronomis omnium aptisſimum inſtrumentum haberetur ad locorum latitudines et Eclipticae inclinationem determinandas, niſi nonnullis variationibus, quas calculo nemo facile asſequi potest, esſet obnoxius (36). Interim ſperandum, fore ut in pluri-

(34) De Nummo et Gnomone Clementino, in var. opusc. tom. I. Rom. 1744.

(35) La Lande Aſtron. p. II. 2285. edit. 3[ieme]

(36) Ut tamen vitium umbrae, quod ex penumbra oritur in determinanda longitudine corrigeretur, videtur obeliscis vel columnis, quae vmbras projicerent, globum fuisſe impoſitum, cujus itaque penumbra ab omni parte aequalis

ribus locis inſtrumentum hoc erigeretur, cum utilisſimum ſit, et facilis ejus fabrica.

CA-

ſis erat, jam vero veteres ad centrum hujus umbrae, a globo projectae, quae itidem circularis erat, attenderunt, et ex ejus loco umbram totius ſtyli determinarunt, vd. Bailly Hiſt. de l'Aſtron. anc. p. 321. et quem laudat Joſeph. contr. App. lib. II. nec tamen centrum globi hoc modo exaccurate determinari potuit.

CAPUT II.

Hiſtoria Horologiorum Sciothericorum ab eorum prima notitia inter Graecos et deinceps apud Romanos.

§. 1. Babylonii, quorum ingenium et notitia de re Phyſica et Aſtronomica apud veteres in ſummo erat honore, Graecos, teste Herodoto (37), uſum Solariorum eorumque conſtructionem, primi docuerunt; cum Herodoto conſentit Vitruvius; hic enim, varia genera Solariorum, quae ſuo tempore exſtabant, enumerans, primum Solarium a Beroſo Chaldaeo inventum exhibet (38): Procul dubio itaque

(37) Lib. II. Segm. 9. edit. Weſſ. πολον δε και γνωμονα &c. απο Βαβυλονιων ἐμαθεν δι Ἕλληνες; Salmaſius vero notitiam Solariorum diu poſt demum obtinuiſſe opinatus, negat, πολον Solariorum olim nomen fuiſſe; aſt contrarium Petavius et Zuzzeri ex multis veterum teſtimoniis probarunt: ita habet Pollux in Onomaſt. l. 9. c. 11. τὸδε καλѕμενον ὡρολογιον ἤπѕ πὸλον ἀν τις ἐιποι, et de quadam machina mentionem faciens ait, ἐοικει δε πολῳ τω τας ὡρας δεικνυντι vid. quoque laudatum ſupra locum e Luciano, aliosque multos apud laudatos auctores; caetera nomen πολος a forma concava procul dubio fuit deſumptum, talis enim huic Solario erat, uti infra videbimus, conf. Ernesti de ſolariis p. 23. Martini von Sonneuhren, p. 21. in not.

(38) Architect. lib. 9. cap. 9.

que Babylonius ille, de quo Herodotus loquitur, idem fuit, quem intendit Vitruvius: In hac, quam tractamus, materia magni momenti eſt, noviſſe, quinam ille fuerit Beroſus, et quando vixerit, ab eo enim Hiſtoria Solariorum in Occidente incipit; Salmaſius aliique viri eruditi, Beroſum auctorem Solariorum in Graecia, eundem fuiſſe putant, de quo mentionem fecit Joſephus (39); vixit hic tempore Alexandri Macedonis circa annum 300 ante Chriſtum natum, Urbis conditae 450, fuit Beli Sacerdos in urbe Babylone, itidem Hiſtoriographus praeclarus, ejus vero doctrina Aſtronomica vel Phyſica nullibi laudatur; At auctores antiqui quoque Beroſum quemdam, egregium Mathematicum et Aſtronomum laudant, quem Plinius (40) multas Chaldaeorum per varia ſecula obſervationes collegiſſe ait, cuique Athenienſes ſtatuam, (41) aurea lingua ornatam, erexerunt, et qui in inſula Coa habitaſſe fertur (42): Haec vero teſtimonia, non unum eundemque virum ſpectare, mihi perſuaſum eſt; alium itaque Beroſum Hiſtoriographum, alium vero Aſtronomum fuiſſe, ſatis certum mihi videtur, quando qui-

(39) Joſephus Contra Appion. Tom. II. Edit. Haverc. lib. I. p. 450.

(40) Plin. Hiſt. Nat. lib. 7. Cap. 56.

(41) Plin. H. N. lib. laud. Cap. 37.

(42) Vitruvius. Architect. lib. 8. Cap. 4 et 7.

quidem Joſephus inter duos hos non ubique ſatis diſtinxerit, id, quod antiquis auctoribus ſaepius accidit: — ſi denique ad Herodotum revertamur, res dijudicatu omnino facilis videtur, conſtabitque, quinam ex his duobus, Solariorum inventor habendus ſit; Herodotum Hiſtoriam ſuam conſcripſiſſe, ac in Graecorum coetibus praelexiſſe, circa Olymp. LXXXI anno ante noſtram aeram 450, conſtat, hinc certisſime colligitur, Babylonium illum, de quo habet Herodotus, et qui procul dubio Beroſus fuit, Herodoto fuisſe antiquiorem, niſi forſan ſuſpicari quis audeat, Herodotum Graecos omnes aperte fallere et potuisſe, et voluisſe, narrando iis aliquid, tanquam inter illos cognitum, quod tamen non, niſi diu poſtea, accidisſet; jam vero Beroſus Hiſtoricus circa annum ante Ctum 300 inclaruit, unde ſequitur Aſtronomum noſtrum 200 fere annis antea Graecos artis Gnomonices initia docuisſe. His praeterea alia accedunt argumenta, quae tamen hic praetereo uti et pleraque, quae huc pertinent, quippe egregie tractata a Martini in disſertatione ſaepius laudata. Licet itaque conſtet, Horologium Sciothericum Graecis anno 450 ante Ctum jam cognitum fuisſe, accuratius tamen hoc tempus determinari non poteſt, nobis ſufficiat hanc epocham circiter 500 ante Chriſtum natum vel anno 250 ab Urbe condita conſtituisſe.

§. 2.

§. 2. Primum Solarium, cujus apud Graecos mentio invenitur, Athenis erat in Pnyxi erectum circa annum 434 ante Ctum nat.; nonnulla quoque perhibentur de duobus aliis, quae verticalia fuiſse videntur, at haec, ut non ſatis certa, ſilentio praetereo (43). Hiero, Syracuſarum Rex, Archimedem Solarium artificioſiſſimum conſtruere juſſit, anno urbis circiter 520 vel 230 ante Ctum (44). Caetera de Solariis Graecorum illius aetatis ob defectum monumentorum non plura memorare poſſum; dolendum ſane est, e temporis voracitate, et Barbarorum incurſionibus, pulcherrimae hujus et antiquiſſimae artis, quae apud Graecos procul dubio multum elaborata et perfecta fuit, nulla fere monumenta relicta fuiſſe; pergo itaque ad notitiam Solariorum apud Romanos.

§. 3. Quisquis origines et incunabula magni illius imperii et magnificae urbis Romae philoſophico perluſtraverit animo non mirabitur, Solaria jam per 200 annos in Graecia cognita et adhibita fuiſſe, priusquam Romae aliquam de hoc inſtrumento habuerint notitiam; ab ipſa urbe condita ad bellum cum Pyrrho gestum, quod

(43) Vid. Chandler Reize door Grickenland. Hoofdſt. 14. 21. Le Roi ruines des monuments de la Grece, Chap. 15.

(44) Athenaeus Deipnoſoph: lib. 5. Cap. 10.

quod complectitur ſpatium 472 annorum, parum vel nihil commercii Romanis erat cum caeteris populis, ne vix quidem cum vicinis; adſidua et vehementia bella, quae pro defendendis urbis moenĩis ipſis gerenda erant, omnem populi vim et ενεργειαν in ſtrenua patriae defenſione, et gloria armis paranda, poſuit, nec locum artium ſcientiarumque ſtudiis, nec animum, iis reliquerunt: Haud aliter itaque vitam Marti ſacram, diesque dividere ſciebant, quam in tres, quas ſupra vidimus partes, ſcilicet medium, matutinum, et vespertinum tempus, et licet paullo postea νυχθημερον octo vigiliis comprehenderint, iis tamen inſtrumenta illa, quibus Graeci jam diu uſi fuerant, deerant.

§. 4. In Hiſtoria Romana primam de Horologiis Sciothericis mentionem, anno Urbis 460., qui fuit 290. ante Ctum, factam invenimus, cum jam per 200 annos in Graecia inſtrumenta haec cognita fuisſent (45).

Pa-

(45) Vide Stuart, Rom. Geſchied. 5de D. pag. 117: Plinius (Hist. Nat. lib. 7. cap. 60.) narrationem hanc Fabii Veſtalis dubiam duxit, quoniam ipſi non ſatis accurata videbatur; nec tamen haec cauſſa mihi ſatis valida videtur, cur mentionem rei hujus, Romanis praeſertim omnino peregrinae, dubiam vocemus; forſan Solarii hujus, vel ex imperitia, vel alia ex cauſſa obliti fuerant Romani, ita ut Fabius ſuo tempore pleniorem narrationem de eo exhibere, non valuerit.

Papyrius Curſor primus Solarium Romae ad aedes Jovis Quirini collocavit; habuit illud ex ſpoliis Samnitum, de quibus triumphum egit, ereptum; ſcilicet apud hos luxus, et vitae commoda multo magis erant promota, quam apud Romanos, et procul dubio illis erat commercium cum coloniis Graecorum in Italia. — Viginti novem annis poſt, (46) Valerius Mesſala inter ſpolia e Sicilia exportata, Solarium quoque, quod Catanenſibus eripuerat, in triumpho duxit; hoc Solarium in foro ita fuit collocatum, ut unusquisque ex illo horam ſcire potuerit, et revera ab hoc tempore Solarii uſum inter Romanos obtinuisſe, relatum invenimus (47). Licet autem hoc Solarium horas Ro-

(46) Plinius loc. laud. Stuart Rom. Geſch. 5[de] D. pag. 369.

(47) Circa hoc tempus Horologia Solaria Romae in uſu fuisſe, colligitur inter alia, ex Plauto, qui comoediam hanc circa annum 260 ante Christum natum ſcripſit: paraſitum eſurientem his verbis inducit:

Ut illum Di perdant primus qui horas repperit,
Quique adeo primus ſtatuit hic Solarium,
Qui mihi comminuit miſero articulatim diem,
Nam me puero uterus erat Solarium,
Multo omnium iſtorum optimum et verisſimum,
Ubi ubi monebat esſe, niſi quum nihil erat
Nunc etiam, quod est, non estur, niſi ſoli lubet
Itaque adeo jam oppletum est oppidum Solariis.

Vid. Aul. Gell. Noct. Att. lib. 3. cap. 4. qui hanc comoediam ſervavit.

Romae non accurate exhiberet, quoniam pro Catana, cujus latitudo quinque gradibus minor, quam Romae erat, fuerat conſtructum, Romani tamen, in hujusmodi artibus nondum verſati, errores hinc ortos non deprehendebant, itaque diu ſane horologio hoc utebantur, perinde acſi pro latitudine Romae fuisſet conſtructum.

§. 5. Poſt nonaginta novem demum annos (anno ſcilicet U. C. 588. qui fuit 164 ante Ctum) Q. Marcius Philippus Cenſor, narrante Plinio l. l. veteris Solarii erroribus procul dubio detectis, aliud Solarium pro latitudine Romae paravit, illudque loco prioris in foro Romano ſuper columnam poſuit. Ab illo tempore accuratior diei determinatio Romanis innotuit, et, cum artes et ſcientiae apud eos jam florere inciperent, procul dubio brevi Graecorum aliorumque inventa, ipſi ſuo ingenio elaborare et amplificare ſtuduerunt, varia enim Solariorum genera, quae apud Romanos fuisſe ex Vitruvio discimus, circa haec tempora vel cognita vel inventa fuerunt.

Romani, ſaltem nobiliores, utilitatem Solariorum experti, illa quoque in villis ſuis collocarunt (48), in quibus quippe ab urbe remotis So-

(48) Cicero Solarium habuit in Tusculano ſuo vid. Epist: ad div: 16. Ep. 18. Vide quoque Valer. Maxim: lib. I: cap: 4. n: 5. Varro de re ruſt: lib. III. cap. 5. inprimis me-

Solaria publica inſpicere non poterant. Neque ingenio aut labore pepercerunt, ut priorem et ſimplicem formam eorum emendarent eamque redderent elegantiorem; Interim non magnum Solariorum his temporibus numerum fuisſe, vel inde patet, quod cives Romani aliquem collocabant, qui ex Solario publico horam annunciaret, vel etiam ſervum hoc ſolo nomine alebant (49); Quamvis itaque Solaria Romanis cognita ab iisque adhibita esſent, illa tamen facili negotio exſtructa non fuisſe, certum mihi videtur: Rure et in pagis veriſimile est nulla adhibita fuisſe Solaria, rustici umbram corporis ex antiqua conſuetudine metiebantur, quam ex tabula Palladii, ſu-

memoratur Solarium Hippiae in thermis ſuis vid. Lucian. in Hipp. pag. 749. t. II.

(49) Hae conſuetudines ex loco Atenaei (Deipnoſoph. lib. 9. Cap. 17.) intelliguntur, diſtinguitur ſervus, qui ſoli hero horam nuntiare debebat, ab alio ὡρολογυντῃ λαβαργυρῳ dicto, qui erat famulus, a pluribus ad id collocatus; Heſychius, voce παρητρία, loquitur de ancilla, quae herae horam nuntiaret; Caetera, varia hujus conſuetudinis exempla apud Romanos exſtant: vd. Cicero de Clar. Orat. Cap. 45. Suetonius in Domitian. C. 17. Seneca de brevit. vit. Cap. 12. Juvenalis Sat. 10. vers 215. et Martialis lib. VIII. Epigr. 67. Procul dubio ſervus ſive famulus horam alta voce clamare ſolebat, ut ab omnibus in variis domus cubiculis audiretur, unde forſan origo petenda eſt ritus cujusdam, olim apud pleroſque Orientales, hodie adhuc apud Muhamedanos uſitati, quo horae ſacrae tibicine annunciantur.

ſupra exhibita, 400 annis poſt Chriſtum natum nondum obſoletam fuiſſe colligitur.

§. 6. Quod attinet ad Hiſtoriam Solariorum poſteriorum temporum, haud ſcio, hanc artem ad renatas usque litteras aliquod incrementum cepiſſe: Poſt haec vero, magnis illis progreſſibus, quos in Mathematicis diſciplinis fecerint recentiores, brevi haec ars illum perfectionis attigit gradum, ad quem apud antiquos pervenire minime potuit; at cum fine, quem mihi in hac diſſertatione propoſui, non congruit, pluribus haec exponere; quapropter, his omiſſis, ad tertium diſſertationis Caput transeo, in quo veterum Solariorum nonnulla genera, quantum liceat, exhibere conatus fui.

„ teur." Unde vero haec petierit vir egregius omnino neſcio; ait porro, hoc Solarium ſibi antiquisſimum videri, licet ipſe aliis in locis fateatur, primum hujusmodi inſtrumentum omnium procul dubio fuisſe ſimplicisſimum; ex his autem mihi videtur Bailly, de monumentis ſtatim diſcribendis, vel omnino nullam, vel ſaltem exiguam habuisſe notitiam. Plerique alii idem tentarunt, omnes vero potius hallucinatos fuisſe, quam rem explicasſe, dicendum est. Tandem vero, anno hujus ſeculi 41 Romae in monte Tusculano (52) primum monumentum e ruderibus fuit effosſum, quod cum hac deſcriptione Vitruvii omnino congruit, hujus picturam in tabula dedimus.

Tab. II. Fig. 2. §. 2. Picturam hanc Solarium referre, primo intuitu apparet, altitudo ejus AP vel BQ, aequalis est latitudini OA vel RB, et octo pollicum conſtat, longitudo vero OR vel AB fere 16 pollicum est; AORB planum est Horizontale, quod cum plano ASTB angulum facit fere 48°; Pars lapidis inter duo haec plana intercepta, ad modum ſphaerae excavata est, itaque, uti habet Vitruvius, Hemicyclium est ex-

(52) Deſcriptum fuit a Zuzzeri in diſſertatione, cui formula: d'un antico Orologio a ſole in Venet. 1746. Boscovisch giornale di litterati A°: 1746. Solarium hoc etiam exhibuit.

excavatum ex quadrato; procul dubio igitur idem hoc Solarium Vitruvius memoratis verbis intendit, quod ſi ita ſit, apparet quoque ex teſtimonio Herodoti de antiquiſſimo Solario, utpote a Babyloniis accepto, illud πολον Herodoti fuiſſe. In ſuperficie concava hujus Solarii lineae undecim conſpiciuntur, quae ab infimo circulo vel margine Solarii AMB verſus C, ſingulae convergunt, hae vero tribus aliis lineis inter ſe parallelis, ad rectos fere angulos interſecantur: In parte ſuperiore apud C in lapide latior eſt hiatus, in quo, uti deinceps magis patebit, ſtylus Solario olim erat infixus.

§. 3. Alterum Solarium ejusdem formae inventum eſt anno 1751 in loco, qui dicitur Caſtelnuovo in ſtatu Eccleſiaſtico ſive Dioeceſi Papali Benedictus XIV Pontif. Max. Stylum ejus diffractum in integrum reſtituit, et locum huic monumento in Capitolio adſignavit, ubi hodie adhuc horas monſtrat: Brevi poſtea, duo alia ejusdem generis Solaria, alterum Romae, alterum Tibure detecta fuerunt: Anno 1762 ex ruderibus Pompeianis quintum in lucem protractum fuit; ſextum denique Romae circa idem tempus inveniebatur, et ſervatur in Bibliotheca Camaldulenſium; prae omnibus longe accuratiſſime hoc fuit deſcriptum a viro Antiquitatis et Matheſeos perito Franſc. Jacquier, in

Epiſtola ad Abbatem Maurum Sarti data (53). Quam propterea deſcriptionem magnam partem ſecutus ſum.

Tab. II. Fig. 3. §. 4. Solarium ex pulchro marmore Pario elaboratum, dimidia fere parte corruptum est, altera vero in integrum remanſit, ex qua formam Solarii totius intelligere licet. Stylus ſive index horarius, uti in omnibus aliis hactenus inventis Solariis, deest, hiatus vel apertura apud C, locum ubi antea infixus fuit, indicat: Caetera Solarium hoc prae aliis longe est elegantius pulchriusque elaboratum, ſuffultum est Anaglyptis, quae in ungulis leonis deſinunt; Undecim lineae in concavam Sphaeram ductae, manifesto horas antiquas inaequales, ſive partes duodecimas cujusque diei indicant; linea vero transverſa ſuperior Tropicum Capricorni, media Aequatorem, infima Tropicum Cancri refert: Jam aptata norma latiore plano lineae infimae Aequatori parallelae, dimittatur perpendiculum ad planum horizontale, (notum est angulum inter Aequatorem et horizontem comprehenſum, esſe altitudinem Aequatoris, cujus complementum altitudo Poli,) quia autem radius, ad Tangentem anguli quaeſiti, uti altitudo perpendiculi, ad la-

(53) Franc. Jacquierii Epiſtola viro ſummo venerabili Mauro Sarti ex Camaldulenſium familia data, quae exſtat in Sylloge monument antiq. auct. J. G. Martini.

latus baſis horizontalis, quod perpendiculo inminet, hinc invenit Jacquierius, altitudinem Aequatoris 48°, quae Poli est 42°, unde ſequitur, Solarium hoc, fere pro parallelo Romano factum fuiſſe. Hac occaſione animadvertere liceat, omnia hactenus reperta Solaria, pro latitudine urbis Romae fabricata esſe, ſolo illo excepto, quod inter rudera Pompeiana inventum, et a Sociis Academiae Herculanenſis deſcriptum est, quod pro latitudine 29°, itaque, ex plerorumque eruditorum ſententia, pro Memphi Aegypti olim Metropoli fuit elaboratum; Jacquierius vero opinatur, hoc Solarium potius ab imperito quodam artifice fuiſſe conſtructum, ſibi enim perſuadere non potest, Romanos, tantam molem ipſis omnino inutilem, ex medio Aegypto Romam tranſtulisſe. Est quidem hujus rei exemplum, cum Solarium e Sicilia deportaverit Valerius; at, praeterquam quod Catana longe propius ab urbe Roma, quam Memphi aberat, Romanis illius aetatis Solarium res nova et peregrina erat, contra vero, tempore, quo Romanos inter et Aegyptios commercium intercedebat, atque adeo hoc horologium Romae tranſportatum dicatur, Solaria Romanis abunde cognita erant; Interim meum judicium hic interponere non audeo, cum, quantum ego ſciam, antiquitatis testimonia plane in hac re deſint: Itaque redeo ad Solarium nostrum, partes ejus et rationem fabricae exploraturus.

Tab.II. Fig. 4. §. 5. Sit AFH linea horizontalis, quae tranſit per medium Solarium in plano AORB imminetque lineae ſextae vel Meridianae, ducatur ex puncto F perpendiculum FG in arcum ſuperiorem transverſum vel Tropicum Capricorni, ex C porro perpendiculum in E ſive Aequatorem, ex D in T Tropicum Cancri; ducatur ex E recta EP, ita ut ſit angulus CPE = 48° altitudini Aequatoris, ducatur quoque per punctum P recta MPO, ita ut MPA = 42°, at TH et GR parallelis ad EP, erit MPO axis mundi, cujus centrum P, GR et TO radii Tropicorum exhibent, tum vero angulus GPE = EPT = 23½°; capta vero perpendiculi CE menſura, invenitur EP vel radius Aequatoris = 7 poll., et ex menſuratis lineis FG, DT, datisque angulis, deprehenditur GR = 5 poll. 9 lin., TO = 9 poll. 3 lin.: his inventis parabat Jacquierius tria fila, quae longitudines horum radiorum aequarent, et ad Solarium accedens, filorum extremitates in ſuis circulis detinebat, ita ut fila in ſuorum circulorum planis manerent, atque hoc modo tentabat, an altera extremitas circulos ſuos deſcribat, quod tamen non ita fieri expertus eſt.

Sumtis iterum diligenter menſuris, notabat AF = 2 poll. 11 lin., AC = 4 poll., AD = 6 poll. 3 lin., CE = 4 poll. 5 lin., DT = 7 poll. 10 lin., CD = 2 poll. 3 lin., DH = 7 poll. 1 lin.,

1 lin., TH = 10 poll. 6 lin., ex quibus computatis prodiit PE = 7 poll., DH = 7 poll. 1 lin.; TH = 10 poll. 6 lin., PH = 64 lin., HO = 43 lin.; ſed OH: TO = Tang. OPH 42°: Tang. TPO, unde invenitur angulus TPO = 60° 5′, qui ex Spherae elementis 66° 30′ eſſe debet.

Ex his experimentis collegit Jacquierius punctum P, vel apicem ſtyli, non in linea horizontali olim ſitum fuiſſe, ſed ſupra eam: itaque attollatur punctum hoc in *p*, recta EP in *p* producta, donec T*po* ſit 66° 30′, ex *p* ducatur *po* parallela ad MPO, producatur TH in *h*; Triangula *oph*, OPH aequalia et ſimilia ſunt propter *cph* parallela cum APH, et *mpo* cum MPO, hinc eſt *ho* = HO H*h* = P*p*, unde erit *ho*: TO = Tang. 42°: Tang. 66° 30′, hinc T*o* = 110 lin., T*h* = T*o* + *oh* = 153 lin., H*h* = T*h* — TH = 24 lin., verum in Triangulis *d*T*h*, DTH rectangulis TH: H*h* = TD: D*d* vel C*c*, ideoque C*c* = 18 lin., quare ſumatur C*c* = 18 lin., et per *c* ducatur horizontalis *ch*, parallela ipſi AH, haec productam E*p* in *p* ſecabit, unde in *p* erit centrum Aequatoris, vel extremitas ſtyli, qua horae indicantur; ſtylo hoc modo locato, Jacquierius re ipſa experimentis comprobavit, horas ſingulas accurate in hoc Solario notari.

§. 6.

§. 6. His ita expoſitis hujus Solarii conſtruendi ratio ſatis, ni fallor, patebit: puncta G, E, T in linea Meridiana ſunt, ſumatur itaque lamina GET p, ex puncto p centro radioque pE deſcribatur arcus 47°, aequalis diſtantiae Tropicorum, atque in eodem arcu notentur ſolis declinationes, ducantur lineae Ep, Gp, Tp, ita ut anguli GpE, EpT = $23\frac{1}{2}$° et puncta E, G, T in ſuperficie ſolarii ſint, ex puncto p pendeat filum, et lamina ita ſit poſita, ut ſub angulo EpW = elevationi Poli, circa axem mpo verſari poſſit; quod ſi fiat, puncta G, E, T, arcus deſcribent eosdem, quos umbra puncti p diebus Solſtitiis et Aequinoctiis permeat.

Antiquitus tamen alio modo conſtructum videtur Solarium; ait Vitruvius, (54) quaecumque Solariorum genera *Analemmate* deſcribenda eſſe, quid autem fuerit *Analemma* inter Antiquarios disputatur: Petavius et Scaliger genus Solarii fuiſſe opinantur, hoc vero multis veterum teſtimoniis repugnat, quippe referentibus, Analemma ad Solarii conſtruenda requiri: Vitruvius (55) illud his verbis deſcribit: „ eſt „ ratio conquiſita ſolis curſu, et umbrae creſ„ centis a bruma obſervatione inventa, et „ paulo poſt ait" umbrarum magnitudinibus de-

(54) Architect. lib. IX. c. 8.

(55) Idem lib. laud c. 4.

deſcribuntur Analemmatum formae; ex his videntur umbrae aeſtivae, hybernis fuiſſe majores, quod fieri non poteſt; niſi ſtylo horizontaliter poſito in planum verticale projiciantur; ſi vero aliam Vitruvii de eodem inſtrumento (56) narrationem inſpiciamus, umbrae potius a ſtylo perpendiculari in plano horizontali projectae fuiſſe videntur: At haec difficultas facile tollitur, ſi aſſumamus, machinam, quae rationes umbrarum Solſtitialium et Aequinoctialium exhibebat, generatim *Analemma* appellatam fuiſſe; perinde itaque est, an hae umbrae a ſtylo horizontali, aut a verticali projicerentur; utroque enim modo rationes harum umbrarum ſatis patebant; quomodo autem veteres per has umbras, Solarium, quod explicavimus, deſcripſerint, ex ſequentibus patet.

Sit *ab* altitudo ſtyli verticalis, *zb* ſit umbra, quam ſtylus hic projiciat meridie diei ſolſtitialis hyberni, *cb* in Aequinoctiis, *kb* die ſolſtitii aeſtivi; ducantur fila *az*, *ac*, *ak*; ſitque G, E, T ſectio verticalis Solarii ad lineam ſextam vel meridianam; itaque quoniam diſtantiae G*a*, E*a*, T*e* facile menſurantur, lamina GET*a* parari poteſt, cujus converſione circa axin, lineae tranſverſae arcubus ſolis diurnis congruentes deſcribuntur. Tab. II Fig. 5.

§. 7.

(56) idem lib. laud. c. 9.

§. 7. Denique undecim lineae ex infima margine vel Tropico Cancri verſus C ductae, non circuli, ſed curvae duplicis ſunt curvaturae, uti deinceps ex Cap. IV. §. 2. patebit: Qua vero ratione lineae hae in Solario ſint conſtructae, facile apparet; Ducatur enim planum horizontale per punctum p, convertantur ſingula puncta laminae G, E, T &c. per Meridianum, donec ab utraque parte horizontem hunc attingant; dividantur arcus hi in duas partes, perpendiculo ex puncto p ad lineam puncta G, E, T in meridiano et horizonte jungentem, perpendiculum hoc in tertiam horam ante vel poſt meridiem cadit; arcu itaque hoc in tres partes aequales diviſo, conſtabit longitudo cujusque horae, lineae autem undecim aequales horas inter ſe jungunt.

§. 8. In Solario hoc, uti in omnibus aliis hactenus repertis, horae litteris vel numeris notatae non conſpiciuntur, ſolo Hercule horario (57) excepto, in quo tamen ex ciffris Arabicis ſatis patet, illas a manu recentiore fuiſſe appoſitas; Neque multum incommodi hinc oriebatur, facile enim et primo ſere intuitu apparuit, quantum hora ab ortu ſolis esſet remota; Veteres ſaltem non horas, ſed lineas horarum in

(57) Vid. Martini Abh. von Sonneuhren p. 99, et quem laudat ibi Zuzzeri in disſertatione ſupra laudata.

in Solariis numerabant, ita Juvenis ille apud Perſium (58) vino Falerno inebriatus inquit:

Stertimus, indomitum quod deſpumare Falernum
Sufficit, quinta dum linea tangitur umbra

id est ad horam quintam, quam meridies vel ſexta hora ſequitur; Interim tamen numeros vel litteras nonnullis ſaltem horologiis fuiſſe inſcriptas colligitur ex his verſibus (59)

Ἓξ ὧραι μόχθοις ἱκανώταται· αἱ δὲ μετ' αὐτὰς
Γράμμασι δεικνύμεναι ΖΗΘΙ λέγουσι βροτοῖς

„ Sex horae negotiis peragendis ſufficiunt, quae
„ ſequuntur litteris notatae ΖΗΘΙ dicunt mortali-
„ bus:" verba haec nullo modo intelligi poſſunt, niſi vocabulum ΖΗΘΙ duplici ſignificatione hic accipiamus; primum quidem numeros VII, VIII, IX, X exhibet, tum vero *vivere*, *gaudere* ſignificat; itaque ſenſus erit: horae quae ſequuntur ſex priores, ſcilicet 7, 8, 9 et 10 ad mortales, vivite, id est genio indulgete, clamant. Neque tamen ſcio Solarium aliquod litteris vel numeris inſcriptum hactenus fuiſſe repertum.

§. 9. Alterum Solariorum genus Vitruvius his verbis exhibet. Scaphen ſive Hemiſphaerium Ari-
ſtar-

(58) Perſius Sat. III. verſ. 3.
(59) Ανθολογια διαφορων Επιγραμματων p. 122. edit. Stephan.

ſtarchus Samius [invenit]: Vixit ille (60) Ariſtarchus circa annum 260 ante Ctum natum, fuit coaevus Cleanthi Philoſopho, et Zenonem in ſcholam Alexandrinam ſecutus fuit; videtur hoc Solarium fuisſe Sphaericum concavum, ſimile forſan illi, quod Ravennae adhuc ſervatur, et nomine Herculis horarii cognitum est, formam habens Hemiſphaerii concavi, cujus circulus maximus verticaliter eſt poſitus (61); Forſan fuit idem Solarium ac ſupra deſcripſimus, πολον ſcilicet Beroſi, ab Ariſtarcho vero emendatum vel ornatum. Interim non firmiter de eo quid proferre audeo, uti nec de plerisque aliis Solariis a Vitruvio enumeratis, qualia ſunt: Discus in planitia, Plinthium ſive Lacunar, προς τα ἱςορουμενα, Gonarche, et Engonaton; de ſingulis his praeter Hiſtorica quaedam nihil dicere, neque formam eorum determinare posſum, qui alias de iis conjecturas ſcire velit, inſpiciat disſertationem Cl. Martini laudatam, quam ego hic malim laudare, quam deſcribere, nihil enim certum de his dicere valeo, quod ipſe non dixerit, neque conjecturas meas iis, quas ibi propoſuit, opponere velim, quae licet diverſae ſint, mihi ipſi non ſatis ponderare videntur. Etiam atque etiam ſpero, fore ut plura Solario-

(60) Weidler Hiſt. Aſtron. cap. VI. §. 4.
(61) Martini diſſ. laudata pag. 99.

riorum monumenta antiqua eruantur; quae ſola nos de his certiores reddere valent; abunde enim docuit experientia, quam parum effecerint commentaria et eruditorum varii conatus, ut Solarii antiqui formam perſpectam redderent; niſi antiquitatis inventa monumenta, fruſtra quaeſitam lucem nobis, maximam ſaltem partem, exhibuiſſent.

§. 10. Inter illa Solaria, quorum formam conjectura probabili aſſequi poſſumus, pertinet *Arachne*; Vitruvius de illo ait „ Arachnen „ Eudoxus Aſtrologus (invenit), nonnulli dicunt „ Apollonium:" Fuit hic Eudoxus, teſte Diogene Laertio (62) aequalis Platonis et Ariſtotelis; ſi autem Apollonius idem fuerit ac Pergaeus, (quod tamen incertum eſt) Solarium hoc 250 annis ſerius inventum fuiſſet: Ex nomine Αραχνη colligere licet, Solarium hoc formam araneae habuiſſe, ita ut telas haberet ſive radios ex centro ductos, qui a circulis vel polyangulis ſecarentur; Bailly Solarium hoc in plano ad Aequatorem perpendiculari deſcriptum putat, nec tamen talis Solarii forma multum cum aranea congruit, ut unicuique artis Gnomonicae vel parum perito notum eſt; Equidem contra exiſtimarem, Arachnen fuiſſe Solarium in plano Aequatoris deſcriptum, cujus ſtylus in centro erectus pla-

(62) Diog. Laert. l. VIII. Weidl. Hiſt. Aſtr. 5. §. 19.

planoque perpendicularis, per umbram apicis ſui
Tab. II. Fig. 6 et 7. horas notarit. Ut fabrica hujus Solarii pateat, ſit *ac* ſtylus plano Solarii perpendicularis, in rectangulo *acd*, *ac* : *cd* = tang. *adc* : 1, unde *cd* = *ac* × cot. *adc*, ſed ſi Solarium in planum Aequatoris ſit deſcriptum, angulus *adc* aequat Declinationem ſolis, Borealem quidem, ſi ſtylus hanc plagam ſpectet, Auſtralem vero, pro parte oppoſita; ſi itaque Declinationem ſolis pro una die conſtantem ponamus, quod ſine ſenſibili errore fieri potest, umbra puncti *a* in plano Aequatoris arcum circuli diſcribet, cujus radius aequalis *ac* × cotang. Declinationis. — Deſcribantur jam pro initiis cujusque ſigni, quod ſol inter Aequinoctia et Solſtitia percurrit, tres circuli concentrici; erit radius circuli maximi = *a*. cot. 11° 38′, alterius = *a*. cot. 20° 16′. tertii = *a*. cot. 23° 46′, poſita inclinatione Ecliptices 23° 46′, quae fuit 500 annis ante Ctum natum (63). arcus hi angulum comprehendunt aequalem angulo horario ſolis orientis et occidentis ſingulis diebus; quibus in duodecim partes aequales diviſis, umbra apicis ſtyli *a* per ſingulas horas inaequales ſpatium hoc permeabit; junctis denique his partibus pro iisdem horis, Solarium formam Araneae habet, uti ex pictura
Tab. II. Fig. 6. apparet. In parte Solarii, quae Boream ſpectat, ab Aequinoctio verno per aeſtatem usque

(63) Vid. la Lande Tables de Soleil Aſtr. vol. I edit. 3me.

quae ad Aequinoctium autumni, ſol conſpicuus eſt, pars vero oppoſita, auſtrum ſpectans, ab Aequinoctio autumnali per hyemem usque ad Aequinoxium veris a ſole illuſtratur; inde forſan derivanda eſt mentio, quam faciunt auctores antiqui de Solariis aeſtivis, quale illud, quod erat εν Πνυκι Athenis, (64) et de hybernis; huc forſan quoque pertinet Antiboreum, a Vitruvio laudatum, ſive illud adverſus Boream; vel ad oppoſitam plagam fuerit deſcriptum.

§. 11. „ *Pelecinon* Patrocles invenit, ait Vitruvius; vixit Patrocles annis circiter 400 ante Chriſtum natum (65). Nomen hujus Solarii Antiquariis variae conjecturae anſam dedit, πελεκυς, a quo Pelecinon appellatum fuit, ſecuris vocatur, unde procul dubio videtur, Solarium hujus inſtrumenti habuiſſe formam. Zuzzeri in diſſertatione Tab. I. Fig. 9 b.
ſupra laudata, picturam ejus ex mente Lambecii exhibet, nec tamen veram ejus formam illum aſſecutum eſſe affirmare audet: Nimirum ſecuris imaginem nemo facile in illa deprehendet; attendere itaque oportet ad formam ſecuris, quae apud veteres in uſu erat. — Pictura haec Tab. II. Fig. 8.
talem ſecurim proponit, A et B acies ejus, c et d latera ſunt, quae incurvantur hyperbolarum oppoſitarum adinſtar, *ce* manubrium eſt hu-

(64) Salmaſ. Exerc. Plin. tom. I. pag. 635.
(65) Plin. H. N. l. XXXIV. cap 8.

hujus ſecuris: figura haec in plano horizontali deſcripta, congruit cum Solario horizontali ſtylo perpendiculari, in quo horae ab umbrae extremitate in plano *AcBd* (66) monſtrantur, et ſtylus in puncto erit poſitus; Barbarus in voce *Pelecinon* eandem fere opinionem habuit; ait ibi „ Pelecinon a ſecuris forma dictum, quale „ dixerim horologium quod hyperbolas habet;" Haec ſaltem forma melius cum ſecuri congruit, illa, quam exhibuit Zuzzeri: Dignisſima res foret, ſi Solarium hujus formae inter monumenta antiqua inveniretur, inde enim pateret, Veteres genus hoc Solariorum, quorum inventio et deſcriptio difficillima est, jam cognitum habuisſe.

§. 12. Fuit quoque Solarium a Vitruvio *Pharetra* dictum, quodque Apollonius invenisſe dicitur, quis fuerit hic Apollonius incertum est; nomen Solarii poſtulare videtur, ut Pharetrae formam habuerit, haec autem quadrata oblonga fuit; jam vero Solaria deſcripta in plano Aequatori perpendiculari, tam verſus auſtrum, quam orientem vel occaſum verſus, hujus formae ſunt, quod etiam ex parte animadvertit Baldus voce *Pharetra* his verbis: „ Pharetrae „ imaginem prae ſe ferre obſervamus ea Solaria, „ quae verticalia cum ſint, Orientem vel Occa-
„ ſum

(66) Vid. disſertationis hujus cap. IV. §.

„ ſum ſpectant:" quandoquidem neſciam, utrum hoc ex monumento quodam, an vero ex mente ſua deprompſerit: Nec magis hodie apparet forma alius Solarii, quod Vitruvius *Conum* appellat, et a Dionyſiodoro inventum dicit, aut *Diſci in planitia*, operis Ariſtarchi, licet Baldini hunc quidem deprehendisſe ſibi viſus fuerit (67).

Plura de his Solariorum generibus exhibere non valeo, niſi ſaepius dicta ab aliis repetere, aut conjecturis non minus incertis conſequi vellem; lubenter fateor, ea tantum, quae de antiquisſimo Solario Beroſi dixerim, ſatis certa habenda esſe, quae vero de Arachni, Antiboreo, Pelicino et inprimis de Pharetra protuli, non pro demonſtratione; ſed conjectura probabili haberi volui. Interim accurata notitia de Solario antiquisſimo inter Graecos haud exiguum mihi videtur, cum rei Antiquariae in univerſum, tum imprimis Hiſtoriae artium, et Aſtronomiae veterum incrementum, teſtem hic excito communem conſenſum Eruditorum, qui huic rei ſcrutandae magnam ſane operam impenderunt.

§. 13. Vitruvius mentionem facit de ſingulari genere Solariorum, quae *Viatoria Penſilia*

(67) Diſſ. accadem. di Crotona tom. III. — Nec tamen ex mente Academiae Herculanenſis (Pitture d'Ercolano tom. III. pref.) ex Baldini opera de Solario hoc ſatis conſtat, cui ego lubenter asſentior.

ſilia appellat; valde infrequens apud veteres auctores hujus machinae fit mentio; est quidem locus est Atenaei (68) qui aliquem, hoc modo avarum ſuſpicioſum alloquentem, inducit

Ἐπειδ᾽ ἕωθεν περιάγεις τὴν λήκυθον
Καταμανθάνων τοὔλαιον, ὥστε περιφέρειν
Ὡρολόγιον δόξει τις, οὐχὶ λήκυθον.

„ Tecum portas lecythum, oleum attendens, pe-
„ rinde ac ſi horologium portares, non vero le-
„ cythum: Horus Apollo (69) quoque de horologio loquitur, quod feſtis diebus circumferebatur; nec tamen ſatis conſtat, utrum haec Solaria deſcripta, an vero ex aqua, ſive clepſydrae fuerint (70); Magis manifeſtum videtur, Ulpianum, Solarium ex genere Penſilium intendisſe, cum illud a rebus mobilibus excipiendum, et inter ſupellex, quae ad domum pertinet, referendum doceat (71): Neque tamen ex his aliquid vel probabili conjectura, conſequi poterant Antiquarii; res itaque diu incerta manſit, et adhuc incerta esſet, niſi nuper inventum esſet monumentum, quod nos ita certiores reddidit, ut nihil dubii de hoc genere Solariorum remanſerit.

§. 14.

(68) Deipnoſoph. l. IV. cap. 7.
(69) Horus Apollo Hierogl. I. c. 16.
(70) Pitt. d'Ercolano, Tom. III. in prefaz.
(71) Ulpianus Digest. XXIII. tit. VII. leg. XII. §. 23. Cod. Jur. Rom.

§. 14. Scilicet, anno 1755 ſub Porticorum ruderibus inventum eſt metallum, cujus pictura accurata hic exhibetur: Statim Antiquarii duas lineas litteris Romanis, infra ſingulas lineas verticales, vel potius ſub ſpatio, quo diſtent inter ſe ſcriptas, litteras initiales cujusque menſis continere animadvertebant, ex quibus, uti ex annulo in extremitate, lineisque verticalibus in ſuperficie metallum hoc, Solarium fuisſe intellexerunt, et quidem ex eo genere, quod Vitruvius Viatoria Penſilia appellavit: Fama detecti hujus Solarii ad Francos venit, et auctoribus Encyclopediae (72) ejus deſcribendi cauſſam dedit, explicatione quamvis parum accurata vel vera ei adjecta. Poſtea Academiae Herculanenſis ſocii metallum hoc in operibus ſuis copioſius deſcripſerunt (73); in qua deſcriptione moleſte ferunt, ſive audaciam ſive fraudem auctorum Encyclopediae, quoniam ipſorum ſolo nomine, quaecumque Antiquitatem Herculanenſem ſpectant, divulgari juſſerat Rex Neapolitarum: Deſcriptio haec, procul dubio priori illi longe praeſtat, longitudines verticalium ſeptem, partibus milleſimis lineae quartae verticalis ſunt exhibitae, linearum vero transverſarum diſtantias et rationem ex nitidisſima pictu- Tab. I. Fig. 9. a

(72) Encyclopedie, tom. VII. articl. Gnomonique.

(73) Pitt. d'Ercolano, tom. III. in prefaz.

ſura ab Academia data intelligere poſſumus ;. Interim, [ſit venia Sociorum celeberrimae hujus Academiae] mihi videntur, metallum hoc potius ut Antiquarii, quam ſimul ut Mathematici deſcripſiſſe, priſcam enim ejus formam, cum adhuc pro Solario adhiberetur, non ſatis expoſuerunt, nihil de longitudine vel poſitione ſtyli referunt, nec inaequalitates ſuperficiei, quibus efficitur, ut Solarium hoc ex annulo ſuſpenſum a plano verticali valde irregulariter aberret, determinarunt: Equidem fateor, me diu admodum in antiqua hujus Solarii forma determinanda ſuſpenſum animi fuiſſe; quod et plerisque, qui deſcriptionem ab Academia datam legerint, accidiſſe opinor; cum vero hodie mihi de his omnino certiorem factum fuiſſe videar, monumenti explicationem diſſertationi huic inſerere volui, ut ejus conſtruendi ratio elegans, ususque appareat.

§. 15. Pictura metallum inventum exhibet eadem magnitudine, ac iisdem diviſionibus, quibus ab Academiae Herculanenſis ſociis operibus ſuis fuit inſertum; pernae ex aſſe ſimile eſt, totumque ex aere nitidiſſime elaboratum; in extrema ejus parte annulus eſt, et ſi perna ex illo ſuſpendatur, ſuperficies ejus directionem fere verticalem habet: In ſuperficie hac ſeptem lineae conſpiciuntur verticales, aeque inter ſe diſtantes, prima a parte ſiniſtra, omnium eſt lon-

longisſima, caeterae decreſcunt usque ad ſeptimam lineam, quae omnium eſt breviſſima; ſub ſpatiis, quibus diſtent lineae verticales, inveniuntur litterae, ita ſcriptae

IVN MA AP MA FE IA
IV AV SE OC NO PE

ſponte patet, has initiales eſſe ſingulorum menſium: jam linea quarta verticali in 1000 partes diviſa, Academia hanc ſingularum verticalium dedit menſuram ſcilicet

prima a lat. ſiniſt.	1686	quinta a lat. ſiniſt.	804
ſecunda — —	1543	ſexta — —	691
tertia — —	1244	ſeptima — —	687

Singulae verticales, a totidem aliis transverſis in ſex partes dividuntur, harum menſuram aut diſtantiam Academia non exhibet, inſtituta vero menſura ſuperiorem transverſam 1620 partium, et diſtantiam verticalium inter ſe 120 deprehendi, quarum ſcilicet media verticalis 1000 continet; caetera, ſuperficies pernae ſimillima plana non eſt; ſtylus huic Solario deeſt, in talo pernae vero indicia ejus remanſiſſe videntur.

§. 16. Monumento hoc itaque deſcripto, indagemus, quomodo Machina haec horas olim notaverit, quibusque rationibus fuerit exarata; licet autem illa, utpote ſingularis, et a vulgaribus horologiis longe diverſa, peculiarem demonſtrationem poſtulare videatur, Academia eam tamen

perfunctorie dedit, nobisque ex proprio ingenio hoc eruendum reliquit. Primum quidem patet, Solarium hoc ex annulo ſuſpenſum verticalem obtinere directionem; porro, quoniam ſingulae verticales in ſex partes ſunt diviſae horas ante et post meridiem iisdem lineis notari necesſe eſt, ſcilicet altitudines ſolis pro 1 et 11, 2 et 10, 3 et 9, 4 et 8, 5 et 7 hora in quibus ſingulae dies erant diviſae aequales ſunt; quia vero verticalis prima, menſibus Junio et Julio, omnium longisſima eſt, necesſe eſt, umbras ſolis his menſibus quoque caeteris esſe longiores, quod fieri non poteſt, niſi umbrae hae a ſtylo horizontali in plano verticali projiciantur.

Tab. II. Fig. 10. Sit dp planum verticale, nm huic plano perpendicularis, ſit ſol apud s, radius ſolis snc, incidit in planum apud c ſub angulo $ncm = \alpha$, mc erit umbra ſtyli nm, in Triangulo nmc eſt $nm : mc = \text{Tang.}\ \alpha : 1$ unde $nm = mc \times \text{Tang.}\ \alpha$; cum autem umbrae hae, ſole in Meridiana haerente, caeteris ſint longiores, apparet quoque ſingulas verticales, umbram ſolis Meridiani a ſtylo quodam in menſibus infra ſcriptis projectam exhibere, hinc ipſae verticales umbrae Meridianae ſunt, quando ſol in initio cujusque ſigni haeret, par enim eſt ratio ſignorum deſcendentium, ac adſcendentium: unde ſi ſol ſit

in

in ♋	umbra ſtyli Meridiana			1686	linea vertic.		I.
— ♌ ♊	—	—	—	1543	—	—	II.
— ♏ ♉	—	—	—	1244	—	—	III.
— ♎ ♈	—	—	—	1000	—	—	IV.
— ♍ ♓	—	—	—	804	—	—	V.
— ♐ ♒	—	—	—	691	—	—	VI.
— ♑	—	—	—	687	—	—	VII.

in Aequatione $nm = mc \times \text{Tang.}\, \alpha$, dantur itaque mc vel umbrae Meridianae, unde ſi inveniatur angulus α, diſtantia ſolis a vertice, quae hisce umbris congruit, cognita erit nm, altitudo ſtyli, quo umbrae hae projectae ſunt; itaque, ut diſtantia ſolis a vertice pro ſingulis valoribus mc inveniatur, neceſſe eſt, latitudinem loci cognitam habere, illam autem ex computo et experimentis Academicorum 41° 40′, vel Aequatoris altitudinem 48° 20′ aſſumo, inclinationem Eclipticae cum iisdem 23° 46′ tum temporis fuiſſe ponam, licet, ut deinceps videbimus, haec nimis magna ſit; ex his computetur altitudo ſolis in initio cujusque ſigni Zodiaci.

Conſtruatur igitur Triangulum ſphaericum rectangulum, cujus hypothenuſa ab partem orbitae ſolaris, ad vero Aequatoris deſignat, erit bd declinatio ſolis; eſt autem ſin. bd = ſin. bad. ſin. ab = ſin. declinationis; hinc diducitur Tab. III. Fig. 11.

ſi $ab = 30°$ ſole in ♏. ♉. ♍. ♓ tum $bd = 11° 38'$.
— = 60° — — ♌. ♊. ♐. ♒ — — = 20° 26′
— = 90° — — ♋. ♑ — — = 23° 46′

ex

ex cognitis Declinationibus et altitudine Aequatoris, inveniuntur altitudines ſolis Meridianae, pro initio ſignorum aeque a Solſtitiis remotorum, uti et pro ipſis Solſtitiis; ſcilicet altitudo ſolis Meridiana

pro 1ma verticali = 48° 20′ + 23° 46′ = 72° 6′
2 ——— = —— + 20° 26′ = 68° 46′
3 ——— = —— + 11° 38′ = 59° 58′
4 ——— = —— + 0° 0′ = 48° 20′
5 ——— = —— — 11° 38′ = 36° 42′
6 ——— = —— — 20° 26′ = 27° 54′
7 ——— = —— — 23° 46′ = 24° 34′

hinc fit quia α = ſummae vel differentiae altitudinis Aequatoris et Declinationis ſolis

pro 1ma vertic. α = 17° 54′ pro 5ta vertic. α = 53° 18′
2 —— —— = 21° 14′ 6 —— —— = 62° 6′
3 —— —— = 30° 2′ 7 —— —— = 65° 26′.
4 —— —— = 41° 40′

ex datis itaque umbris, et diſtantia ſolis a vertice computantur longitudines ſtylorum, quae cum his congruunt, ſic erit pro

Verticali	I	II	III	IV	V	VI	VII
Longit. umbr. vert.	1686	1543	1244	1000	804	691	687
Longit. ſtyli horizontalis, ſi ſol ſit in Meridiana, quae umbram quaeſitam projiciunt.	533	599	719	889	1078	1305	1503

Itaque pro ſeptem lineis tot ſtyli requiruntur longitudinis diverſae.

Tab. III. Fig. 12. §. 17. Sint $mq = 1r$ &c. ſingulae verticales, et intervalla $m1$, 12, 23, 34. &c. inter ſe aequalia, ſit $m6$ perpendicularis ipſi mq, et li-

lineae omnes in eodem plano; erigatur in *m* perpendiculum *mp* ad planum hoc, ducantur ex *p* lineae ad ſingulas verticales *p* 1, *p* 2, *p* 3, *p* 4 &c. erit $p2^2 = pm^2 + m1^2$, jam ſi fiat *pm* = 533 = altitudini ſtyli, quae die ſolſtitiali aeſtivo umbram primae verticali aequalem projiciat, ob *m* 1 = 210 *m* 2 = 2.*m* 1, *m* 3 = 3.*m* 1 &c. erit *pn* = 533 *p* 4 = 979

pn = 533	*p* 4 = 979
p 1 = 572	*p* 5 = 1178
p 2 = 687	*p* 6 = 1369
p 3 = 825	

conſiderentur jam *p* 1, *p* 2, *p* 3 ut ſtyli, qui umbram projiciunt in eam verticalem, ſuper quam collocati ſunt, ſit linea *m* 6 in plano horizontali, tum diſtantia apicis umbrae cujusque ſtyli in ſua verticali projectae a linea horizontali *m* 6, ſemper aequalis erit diſtantiae apicis umbrae a ſtylo *pm* in iisdem verticalibus projectae ab eadem linea horizontali *m* 6, quoniam punctum *p* in omnibus ſtylis idem est: perinde itaque erit, utrum ſeptem ſtylis utaris, an vero ſolo *pm*, ſi modo umbra apicis *p* in eam cadat verticalem, quae ſtylo requiſito ſubjacet; at lineae hae *p* 1, *p* 2, *p* 3 &c. aequant diſtantiam extremitatis ſuperioris verticalis cujusque ab apice ſtyli, qui in linea verticali umbram projicit; poſito plano Solarii *mqr* 6 horizontali, comparentur ſingulae hae diſtantiae, cum lineis inventis; unde erunt

Lon-

Diſtantiae	Longitudo Styli ex umbris computata			Differentiae	
p m	533	N M	533	—	+ 0
p 1	572	—	599	—	27
p 2	687	—	719	—	32
p 3	825	—	889	—	64
p 4	979	—	1078	—	99
p 5	1178	—	1305	—	127
p 6	1399	—	1503	—	134

differentiae hae nullae eſſent, ſi ſuperficies Solarii, uti planum *m q r* 6, verticalis et plana ſit, ex his vero ſequitur, lineam primam transverſam, quae in Solario recta quidem apparet non tamen parallelam et in eodem plano ac linea *m* 6 eſſe, itaque neceſſe eſt, eam verticaliter ab hoc plano deflectere, quanta autem haec ſit aberratio, hoc modo invenitur.

Tab. III. Fig. 12et13. Sit *m p* altitudo ſtyli vel A*p* = 533, *m* 6 linea horizontalis vel A6, quae dividatur in ſex partes aequales, ducantur per puncta diviſionum 1, 2, 3, 4 &c. lineae *a* 1 α, *b* 2 β, *c* 3 γ &c. parallelae cum ſtylo *p* A, hinc puncta $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ &c. (ſi oculus ſit in plano *p* A 6, et perpendicularis ad lineam quamque verticalem,) eandem diſtantiam ac *a*, *b* &c. a puncto A habebunt: ducantur porro ex puncto extremo ſtyli *p* ad ſingulas has parallelas rectae *p* α, *p* β, *p* γ &c. aequales longitudini ſingulorum ſtylorum, ex umbris vel lineis verticalibus computatae, *p* 1, *p* 2, *p* 3 vero longitudines ſunt ſtyli pro

plano

plano verticali *mqr6*; jam, quemadmodum in plano verticali peridem est, utrum ſolo perpendiculo *pm*, an vero ſingulis perpendiculis utaris, ſic et hic ſtylus *pA*, loco ſingulorum ſtylorum *pα*, *pβ* &c. adhiberi poteſt, ſi modo planum ita convertatur ad ſolem, ut umbra apicis ſtyli *p*, cadat in eam verticalem, cui alter ſtylus inminet: Hinc tandem formam Solarii apud ſupremam transverſam determinare posſumus, tranſit ſcilicet ejus ſuperficies per puncta A *αβγδεζ*, ita ut linea haec ſectionem horizontalem Solarii exhibeat.

Jam ſi in puncto ſummo primae verticalis collocatur perpendiculum *pm* vel *pΔ*, cujus altitudo = 533, quarum partium media verticalis 1000 habet, et Solarium ita verſus ſolem convertatur, ut umbra apicis ſtyli cadat in eam verticalem, quae cum ſigno Zodiaci dato congruat, tum hora noſcitur ex linea transverſa, cui umbra in hac verticali ſit proxima: — Ex his conjiceremus, re vera in puncto hoc ſtylum olim fuisſe poſitum; nec tamen ulla indicia in ſuperficie exſtant, ex quibus illud patet, at in extremo talo pernae veſtigia ſtyli diffracti conſpiciuntur, unde dubii quid de iis, quae hactenus expoſuimus, oriri videtur; illud tamen evaneſcet, ſi attendamus, umbras non ex longitudine vel umbra totius ſtyli, ſed tantum ex ejus puncto *p* extremo, partibus 533 ſuper Tab. I. Fig. 14.

pri-

primam verticalem elevato, determinatas eſſe; perinde itaque est, ubinam baſis ſtyli ponatur, ſi modo punctum ejus extremum dato modo poſitum ſit: quapropter ſtylus ita facile ex datis invenietur; Sit *ec* idem perpendiculum ac *pm* in prima verticali erectum, in *h* ſit baſis ſtyli ex veſtigiis in talo pernae apparentis, ducatur ex *h* linea *hc* erit *hec* Triangulum rectangulum apud *e* (ſi ſcilicet *c* et *e* in eodem plano ſint verticali), hypothenuſa hujus trianguli *hc* ipſe erit ſtylus, cujus extremitas *c* eandem ubique umbram projiciet, ac punctum *c* ſtyli *ec*; quoniam *ec*: *eh* = Tang. *ehc*: 1 et *ec* = 533, *eh* vero (ex menſura, quam ipſe inſtitui, Academia enim hanc non dedit) fere 1000 harum partium continet, unde *hc* vel longitudo ſtyli = 1224, angulus *ehc* ſtyli inclinatio = 29° invenitur: Itaque pictura haec Solarium, uti antiquitus erat, in integrum ob oculos ponit.

Denique, quod ad lineas transverſas attinet; manifestum est, eas, quando ſol in initio cujusque ſigni haereat, horas 12 cujusque diei notare; hae autem lineae non ſunt Algebraicae, ſed transcendentales et a rectificatione circuli pendentes, uti cap. IV. demonſtrabimus, et inſuper valde irregulares, quoniam ſuperficies Solarii, in qua deſcriptae ſunt, plana non est; itaque operae pretium non duxi, eas calculo longo et taedioſo

exa-

examinare, quapropter ſubſiſto in horologii hujus ratione ſatis (ut mihi videtur) explicata.

§. 18. Quod ad uſum attinet; Horologio hoc ex annulo ſuſpenſo ſuperficies ejus propria gravitate directionem verticalem obtinebit; convertatur porro, ita ut umbra a ſtylo *h c* projecta, extremitate ſua cadat in lineam verticalem, quae cum loco ſolis in Zodiaco congruit, aut extremitas umbrae, pro dato die cujuslibet menſis infra ſcripti, ſpatio huic tempori proportionali a verticali proxima remota, ſupra hunc menſem haereat: ſi, exempli cauſſa, hora quaeritur die 15 Aprilis, Solarium ita eſt convertendum, ut extremitas umbrae, media ſit inter tertiam, et quartam verticalem apud *f*, cui ſpatio menſis Aprilis ſubſcriptus eſt, numerando itaque lineas transverſas a prima transverſa *e m*, quippe hora o et 12ma indicante, umbra mediam fere inter tertiam et quartam horam, ſi ſit ante meridiem, inter nonam et decimam, ſi meridies jam fuerit praeterlapſa, notabit.

§. 19. Horae antiquae tempore aeſtivo noſtris aequinoctialibus longiores, Hyberno breviores ſunt, in Aequinoctiis vero cum iis congruunt, quia, ſole in initio ♈ vel ♎ haerente, dies et noctes pariter duodecim horis conſtant; itaque ſingulae diviſiones lineae verticalis mediae, ſin-

gulis horis nostris reſpondere debent, et revera Socii Academiae Herculanenſis, ſtylo in integrum reſtituto, inſtitutisque experimentis, ſingulas hasce, cum horis nostris convenire experti ſunt; caeteras verticales earumque diviſiones recte notatas fuisſe, eodem modo intellexerunt, ſecunda et tertia linea exceptis, quam differentiam, ex eo, quod ſuperficies Solarii ibi aliquantum mutilata esſet, facile derivandam duxerunt.

Latitudinem loci, pro quo Solarium hoc fuit fabricatum, Academici ex quarta vel media verticali hoc modo deprehenderunt: ipſa haec verticalis 1000 partes habet, ſupremum ejus Tab. III. Fig. 12. $p3$ ab apice ſtyli 889 diſtat, jam vero in Triangulo $p3s$ est $p3 : 3s$ = Tang. $ps3 : 1$ hinc 889 : 1000 = Tang. diſtantiae ſolis a vertice vel altitudinis Poli : 1; ex his, ſecundum tabulas Calleti nuper editas, altitudo Aequatoris est = 41° 38′ 18″, quam Academici 41° 39′ 45″ poſuerunt. At, ſi meum judicium interponere liceat, quamquam Solarium hoc egregie fuerit elaboratum, Academici tamen nimis accurate ejus partes determinare voluisſe mihi videntur; Etenim prima verticalis fere altero et dimidio pollice longa est, itaque quaeque ejus pars 1686ma, vix centeſima unius lineae est, jam vero integra verticalis haec 1686 partibus conſtans, Tangenti 65° 26′ vel 235560″ proportionalis est, unde differentia vel unius

par-

partis centeſimae lineae (quae eſt pars duodecima pollicis) differentiam fere duorum minutorum primorum ſecum fert, non autem credo oculum acutisſimum quinquageſimam partem lineae diſtincturum fore, unde colligitur, etiamſi machina accuratisſime ſit fabricata, errorem quatuor minutorum primorum in determinanda ſolis altitudine vel diſtantia a vertice facile committi posſe, neque ita certum esſe, utrum haec Aequatoris altitudo 41° 34', an vero 41° 42' habenda ſit.

§. 20. Inprimis autem attentionem merentur argumenta, quae Academia ex hoc Solario petit, ad decrementum inclinationis Eclipticae ad Aequatorem determinandum, ex quo tempus quo Solarium fuerit conſtructum derivarunt; ſcilicet longitudo ſeptimae vel brevisſimae verticalis $6t = 687$, diſtantia partis ejus ſupremae a ſtylo $p6 = 1482$ ex computo Academiae, itaque in Triangulo $p6t$, $p6 : t6 =$ Tang. diſtantiae ſolis a vertice die ſolſtitiali hyberno in meridie : 1, hinc diſtantia haec = 65° 7'.45"; huic porro propter penumbram adjungunt ſemidiametrum. ſolis = 16'. 38", una cum refractione 2' 12", itaque diſtantia a vertice erit = 65° 26' 15", demta autem altitudine Aequatoris, manet inclinatio Ecliptices tum temporis ad Aequatorem 23° 46' 30". Jam ſi cum Cl. de Louville decrementum hujus inclinationis ſpatio 2000 annorum ponatur 21', et obliquitas Eclipticae anno 1762,

 23°

23° 28 17″ hoc Solarium anno post Ctum natum fere tricesimo fabricatum fuiſſe conſtaret, quae Academicorum est ſententia.

§. 21. Operae pretium aeſtimavi, hanc Academiae expoſitionem paulo exactius explorare, unde, ni fallor, apparebit, quanti ſumma haec ἀκρίβεια in re tam ſubtili facienda ſit: Primum, Academici umbrae meridianae, vel ſeptimae verticali, ſemidiametrum ſolis adjungunt; ſupponunt itaque, illum ab ipſa verticali in obſervatione poſſe diſtingui, ſi vero calculo hanc penumbram exploremus, eam ne vix quidem oculis obſervari poſſe patebit. Sit amb, diameter ſolis, pc ſtylus horizontalis, $c\beta$ planum verticale, umbra puncti b erit in β, puncti a in α centri m in μ unde $\alpha\beta$ aequat penumbram ſtyli pc, $P\alpha C$ eſt diſtantia marginis ſolis inferioris a vertice, $p\mu c$ centri, $p\beta c$ marginis ſuperioris; jam vero in Triangulo $p\alpha\beta$ est Sin. β : Sin. $p = \underline{p\alpha : \alpha\beta}$, at Sin. β = Sin. $(180 - (p+\alpha))$ = Sin. $\overline{p+\alpha}$, hinc Sin. p. Coſ. α + Coſ. p. Sin. α : Sin. $p = p\alpha : \alpha\beta$ vel Coſ. α + Cot. p. Sin. $\alpha : 1 = \underline{p\alpha : \alpha\beta}$. In Triangulo $p c \alpha$ est $pc : p\alpha$ = Sin. $\alpha : 1$ ob Sin. $\overline{180 - \alpha}$ = Sin. α et $c\alpha : p\alpha$ = Coſ. $\alpha : 1$ hinc Sin. $\alpha = \frac{pc}{p\alpha}$ Coſ. $\alpha = \frac{c\alpha}{p\alpha}$ his valoribus ſubſtitutis,

$$\text{erit } \alpha\beta = \frac{p\alpha}{\text{Coſ.}\,\alpha + \text{Cot.}\,p\ \text{Sin.}\,\alpha} = \frac{p\alpha^2}{c\alpha + pc.\,\text{Cot.}\,p}$$

$$= \frac{pc^2 + p\alpha^2}{c\alpha + pc.\,\text{Cot.}\,p} = \text{penumbrae ſtyli, poſitis jam}$$

Tab. IV. Fig. 16.

pro

pro pc 1482, ca 687, p 32, valoribus ſupra inventis, erit $\alpha\beta = 13$, tota itaque penumbra tredecim partes habet, quarum media verticalis 1000 continet; at ſupra vidimus, unitatem vix centeſimam partem unius lineae eſse; hinc tredecim, fere nonam partem lineae, vel $\frac{1}{108}$ pollicis continent, quae longitudo ſeorſum poſita ne vix quidem diſtincte videri poteſt, multo minus ab ipſa umbra diſtingui: Deinde ſocii Academiae variationem ſecularem anguli Ecliptices 1′ 45″ cum Cl. de Louville aſſumpſerunt, licet vero hoc Aſtronomiae elementum non accuratiſſime fuerit determinatum, ex communi tamen Aſtronomorum conſenſu 50″ non excedit; Itaque, ſi cum Cl. de la Lande (74) hanc variationem 50″; (quod obſervationibus et calculo optime convenire videtur,) et angulum Ecliptices anno 1762 23° 28′ 17″ ponamus, obliquitas Ecliptices, quam ex Solario derivant Academici 23° 46′ 30″ anno circiter 460 ante Cſum natum obtinuit; Anno vero 27 poſt Chriſtum natum, obliquitas haec erat 23° 22′ 25″; differentia itaque quatuor minutorum primorum et quinque ſecundorum, inſignem variationem 500 circiter annorum ſecum fert. Denique haec determinatio obliquitatis Ecliptices ſupponit altitudinem Aequatoris ad minuta prima usque recte

(74) La Lande, Aſtronom. 1748. edit. IIItemp.

recte fuiſſe determinatam, de quo tamen, praeter ea, quae jam attulimus dubia, alia movere poſſem, niſi ex propoſito meo me jam ſatis dixiſſe putabam: Collectis itaque ſingulis erroribus, quos Academici, licet omnem cautelam adhibuerint, committere potuerint, apparet, determinatione obliquitatis Eclipticae et altitudinis Poli errorem vel dimidii gradus ineſſe poſſe, de quo nullo modo certiores fieri poſſumus; Itaque mirabilis illa et ſumma ἀκρίβεια, quacum, narrantibus Academicis, hoc Solarium fuiſſet conſtructum, incerta, imo nullo modo probabilis ſit. Interim conſenſus, qui ex his rationibus, in determinatione temporis, quo Solarium hoc conſtructum fuerit, cum aliis notis hiſtoricis reperitur, tantus videtur, ut quisquis rei Mathematicae et Aſtronomicae imperitus, quamvis dubia allata contra hasce rationes manifeſta ſint, hiſce narrationibus forſan calculos adjiciat, cum caeteroquin iſte conſenſus ipſi nullo modo explicari poſſe videatur. Hos vero animadvertere velim, alia adhuc eſſe indicia, ex quibus tempus, quo Solarium hoc conſtructum ſit, determinari poteſt; ac primum quidem, illud annum 27 ante Ctum natum antecedere non potuit, quia menſes Julius et Auguſtus in eo ſcripti inveniuntur, qui vero circa hunc annum, in locum Quintilis et Sextilis ita dicti fuerunt; Deinde vero Solarium hoc anno 80

post

poſt Chriſtum jam extitiſſe conſtat; primae enim Veſuvii eruptiones, a quibus urbs in qua Solarium hoc inventum fuit, obruta fuerit, hoc anno acciderunt unde certisſime conſtat, Solarium hoc, intra annos 725 et 830 ab Urbe condita, fuisſe fabricatum: Haec temporis determinatio, quae longe certior mihi prae altera videtur, procul dubio Academicis facem praetulit, mihique perſuaſum est, illos ex memoratis computis antiquitatem Solarii non determinaviſſe, niſi prius certi esſent, ſe errorem centum annorum committere vix poſſe.

§. 25. Itaque haec ſufficiant de monumento hoc pretioſisſimo; Quisquis artes et ſcientias colit, certe elegantem et commodam hujus inſtrumenti fabricam agnoscet, veteresque ejus inventores venerabitur; nec minus ſeculi, qui dicitur medii, Barbariem, temporisque edacitatem dolebit, quae nos a tot tantisque humani ingenii et industriae documentis, privaverit. Interea ſperandum est, hodiernos Italiae incolas, adſiduis laboribus et ſtudiis indefesſis, multa adhuc exploraturos esſe monumenta, cineresque et rudera antiqui Imperii, quae ſub ſuis pedibus latent, in illum ſemper honorem habituros esſe, qui manibus Summi Populi debetur; Utinam et Angli ea diligentia, qua inprimis urbis antiquisſimae Palmyrae monumenta expoſuerint, in explorandis Orientis ruderibus

pergant! Francorumque, noviſſima conſilia, Graecam terram omni cura denuo perſcrutandi, in ſummum artium elegantiorum, ſcientiarumque commodum vertant!

C A-

CAPUT IV.

Theoria Solariorum horam Azimuthum et altitudinem Solis exhibentium.

SECTIO I.

§. 1. Parum feciſſe mihi ipſe viderer, ſi qualemcumque Hiſtoriam et deſcriptionem Solariorum apud antiquos exhibuiſſem, ſilentio vero hodiernam hujus artis conditionem praeterniſiſſem; Plerique auctores, qui de ſcientiis elegantioribus, uti de arte Oratoria, Poeſi, vel Statuaria veterum pertractant, ſaepius conſulto noſtrorum temporum mentionem nullam faciunt; verum in ſtrictioribus ſcientiis [quas Franci appellant ſciences exactes] longe disſimilis res eſt, praeſertim in Mathematicis; Recentiorum enim ſtudia in hiſce memorare, idem eſt, ac ſummam laudem illis deſtinare: Nec tamen hunc mihi propoſui finem, ut completum artis Gnomonicae ſyſtema exhiberem, hoc enim poſt tot virorum eruditorum labores ſupervacaneum foret, ſed in illud incubui, ut ſingulare Solariorum genus, hactenus, ut mihi videtur, non ea, qua potuerit diligentia pertractatum, copioſius exponam; Scilicet dare volui, Theoriam Solariorum, quae horam, angulum azimuthalem et altitudinem ſolis ſimul exhibent: Quia autem altitudo Solis tan-

tum ex longitudine umbrarum cognoſcitur; hujusmodi Solariorum nota est, quod horae umbra apicis ſtyli, vel puncti cujuscumque dati, ejusque diſtantia a centro et linea meridiana notantur, unde ſtylus pro lubitu collocari potest, ſi modo locus puncti ejus extremi, ex datis conditionibus fuerit determinatus; In omnibus Solariis veterum nobis cognitis, horae hoc modo ab extremo ſtyli puncto notantur, omnis itaque eorum conſtructio Theoria hac nititur, quod tamen de ſingulis demonſtrare, poſt ea, quae Capite III. de iis pertractavimus, ſupervacaneum eſſe puto.

§. 2. Theoria haec Solutione hujus Problematis comprehenditur:

„ Datis altitudine Poli, et Declinatione Solis, „ uti et loco puncti horas indicaturi, invenire „ lineam, quam umbra hujus puncti in qualibet „ ſuperficie data, ſive plana, ſive convexa, de- „ ſcribit; et locum, in quo haeret umbra, dato „ quodam tempore, in hac linea determinare."

Tab. III. Fig. 15. Sit HMOR planum horizontale, HCO linea Meridiana, centrum plani apud C, Sol apud *s* angulo *s*C*w* ſupra horizontem HMOR elevatus, ducatur ex *s* linea indefinita, per centrum C infra horizontem ex puncto quodam hujus lineae uti *d*, ducatur *da* perpendicularis ad planum HMOR, porro ex *a* perpendicularis *ab* in lineam HO in eodem hoc plano, ita punctum *d* tribus coordinatis est determinatum, ſit $bc = x$, $ab = y$, $ad = z$,

du-

ducaturque horizontalis *ac*; erit in Triangulo *acd* rectangulo in *a*, $dc^2 = ac^2 + ad^2$, at in Triangulo *bac* rectangulo in *b*, $ac^2 = ab^2 + bc^2$ hinc ſubſtituto hoc valore pro ac^2 erit $dc^2 = ad^2 + ab^2 + bc^2$ vel ſi *dc*, *m* vocetur; erit $m^2 = z^2 + y^2 + x^2$.

Sit *mz*PM Meridiana, *m*HM horizon, apud P polus, Sol in *h*, in *z* zenith loci, conſtat ex Sphaericorum doctrina (*) Tab. III. Fig. 17.

$$\text{Coſin. } hzP = \frac{\text{Coſ. } hP - \text{Coſ. } zP.\ \text{Coſ. } zh}{\text{Sin. } zP.\ \text{Sin. } zh}$$

at $hzP = 180 - mzH$, hinc Coſ. $hzP =$ Coſ. $180 - mzH =$ Coſ. 180. Coſ. $mzH +$ Sin. 180. Sin. mzH. (ob Sin. $180 = 0$, Coſ. $180 = -1$) quoque $= -$ Coſ. mzH, porro $hP = 90^0 \pm$ declinatio ſolis, quae ſi vocetur D, erit Coſ. $hP = \mp$ Sin. D pro uti declinatio ſit Borealis vel Auſtralis, zP est complementum arcus PM vel aequalis altitudini Aequatoris, quae vocetur A; hisce valoribus in aequatione ſubſtitutis erit

$$-\text{Coſ. } mzH = \frac{\mp \text{Sin. D} - \text{Coſ. A. Coſ. } zh}{\text{Sin. A. Sin. } zh}$$

$$\text{at Tang. } mzH = \frac{\text{Sin.} mzH}{\text{coſ.} mzH} = \frac{\sqrt{1 - \text{Coſ.}^2 mzH}}{\text{Coſ. } mzH} \text{ erit}$$

$$\text{T. } mzH = \frac{\sqrt{[\text{ſin.A}^2 \text{ſin.} zh^2 - (\mp \text{ſin.D} - \text{coſ.A coſ.} zh)^2]}}{\mp \text{Sin. D} - \text{Coſ. A Coſ. } zh}$$

An-

(*) Hennert elem. Aſtron. part. I. Sectio praelim. lemma. 8.

Tab. III. Fig. 15 et 17. Angulus $Hch = SC\infty = acd$; at in Triangulo acd est dc vel $m : ad$ vel $z = 1 :$ Sin. acd hinc Sin. $acd = \frac{z}{m} =$ Sin. Hch vel $=$ Sin. $Hh =$ Coſ. zh, unde Sin. $zh =$ Coſ. $acd = \sqrt{1 - \frac{z^2}{m^2}}$ $= \frac{\sqrt{m^2 - z^2}}{m}$. Est quoque angulus Hcm vel $mzH =$ angulo acb, in Triangulo acb ab vel $y : bc$ vel $x =$ Tang. $acb : 1$, hinc Tang. $acb =$ Tang. $mzH = \frac{y}{x}$: his denique valoribus ſubſtitutis erit Tang. $mzH =$

$$\frac{y}{x} = \frac{\sqrt{[\text{Sin.} A^2 \text{Sin.} zh^2 - (\mp \text{Sin.} D - \text{Coſ.} A \text{Coſ.} zh)^2]}}{\mp \text{Sin.} D - \text{Coſ.} A \text{Coſ.} zh}$$

unde $y^2 + x^2 = \frac{x^2 \text{Sin.} A^2 \text{Sin.} zh^2}{(\mp \text{Sin.} D - \text{Coſ.} A \text{Coſ.} zh)^2}$

$= \frac{x^2 \text{Sin.} A^2 (m^2 - z^2)}{m^2 \left(\mp \text{Sin.} D - \frac{\text{Coſ.} A z}{m}\right)^2}$ jam vero eſt

$x^2 + y^2 = m^2 - z^2$ hinc

$m^2 \left(\mp \text{Sin.} D - \frac{z \text{Coſ.} A}{m}\right)^2 = x^2 \text{Sin.} A^2$

et $\mp m.$ Sin. $D - z$ Coſ. $A = x$ Sin. A, unde acquiritur valor ipſius $m = \frac{x \text{Sin.} A + z \text{Coſ.} A}{\mp \text{Sin.} D}$, poſito hoc valore pro m, in aequatione $m^2 = x^2 + y^2 + z$ ſupra inventa erit

Sin.

$$\frac{\text{Sin. }A^2}{\text{Sin. }D^2}x^2+\frac{\text{Sin.}2A}{\text{Sin. }D^2}xz+\frac{\text{Coſ.}A^2}{\text{Sin.}D^2}z^2=x^2+y^2+z^2$$

hinc naſcitur aequatio

$$\frac{\text{ſin.}A^2\text{-ſin.}D^2}{\text{Sin. }D^2}x^2+\frac{\text{ſin.}2A}{\text{Sin.}D^2}xz+\frac{\text{coſ.}A^2\text{-ſin.}D^2}{\text{Sin. }D^2}z^2=y^2$$

quae exhibet relationem trium coordinatarum inter ſe. Jam ſi data ſit ſuperficies in qua Solarium deſcribendum est, datur quoque aequatio inter duas coordinatas ſectionis illius ſuperficiei, hae vero ſemper ad illas, quae praecedenti aequatione continentur x, y, et z, referri posſunt, unde tertia coordinata per alterutram e duabus reliquis exprimi poterit, quo valore in locum illius ſubſtituto, naſcitur aequatio inter duas variabiles, ex qua linea ab umbra dc puncti c in ſuperficiem quamlibet deſcripta determinatur: quod erat Primum.

Alterum erat; determinare locum, quo haeret umbra vel punctum d, in linea hac, tempore quovis dato.

Invenienda itaque est relatio inter tres coordinatas, dato quovis tempore diei; in expresſione hujus relationis declinatio ſolis inesſe non licet, debet enim esſe generalis, et pro ſingulis diebus ſimul; Igitur in Triangulo zhP ex latere zP et angulis hzP, zPh colligitur Tab. III. Fig. 15 et 17.

$$\text{Tang.}hcH=\frac{\text{Cot.}zPh.\text{Sin.}mzH-\text{Coſ.}zP.\text{Coſ.}mzH}{\text{Sin. }zP}\quad(*)$$

est

(*) Cagnoli Traité de Trigonométrie 480.

est $hcH = acd$ et in Triangulo acd

ad vel $z : ac$ vel $\sqrt{x^2+y^2} = \text{Tang. } acd : 1$, hinc

$$\text{Tang. } acd = \text{Tang. } hcH = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2}};$$ est quoque $mzH = acb$ et in Triangulo abc

ab vel $y : bc$ vel $x = \text{Tang. } acb : 1$ hinc

$$\text{Tang. } acb = \frac{y}{x} = \text{Tang. } mzH$$ unde

$$\text{Sin.} mzH = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \quad \text{Coſ.} mzH = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$$ et $zP = A$:

his valoribus in aequationem introductis, erit

$$\frac{y \text{ Cot. } zPh}{\text{Sin. } A\sqrt{x^2+y^2}} - \frac{x. \text{ Coſ. } A}{\text{Sin. } A\sqrt{x^2+y^2}} = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

vel $y. \frac{\text{Cot. } zPh}{\text{Sin. } A} - x \text{ Cot. } A = z$. quoniam zPh est angulus horarius, ſit numerus horarum ante vel poſt meridiem n erit $zPh = 15n$ poſitis jam pro n ſucceſſive 1, 2, 3, 4 &c. aequationes variis valoribus ipſius zPh correſpondentes, relationem inter coordinatas x, y, z pro iisdem horis exhibent; his aequationibus deſcribitur linea in qua umbra puncti C ſingulis diebus eadem hora verſatur, vel adſignatur locus in ſingulis curvis, in quo umbra dato quovis tempore haeret: quod erat Alterum.

Apparet quoque ratio horas inaequales in quibuslibet Solariis deſcribendi, licet haec praxi non,

non, niſi admodum difficile accommodatur. Pro iis enim quemque arcum Solis diurnum in duodecim partes aequales dividi neceſſe est; ut vero hic arcus inveniatur, in aequatione $Py + x \cot. A = z$, quando ſol in horizonte haeret $z = o$ tum erit $P = \frac{x \cot. A}{y}$ ast $P = \frac{\cot. \text{ang. hor.}}{\text{Sin. } A}$ unde cot. ang. horarii, ſi ſol ſit in horizonte $= \frac{x \cot. A}{y}$ qui est valor arcus cujusvis ſemidiurni, hinc ipſe arcus erit $=$ Arc. cot. $\frac{x \cot. A}{y}$, ſi n ſit numerus horarum inaequalium ab ortu ſolis, erit $\frac{n}{6}$. Arc. cot. $\left(\frac{x}{y} \cot. A\right)$ $=$ angulo pro qualibet hora inter ortum et locum ſolis, hinc angulus ZPH, qui erit complementum anguli horarii ad arcum ſemidiurnum $=$ Arc. cot. $\left(\frac{x}{y} \cot. A\right) - \frac{n}{6}$ Arc. cot. $\left(\frac{x}{y} \cot. A\right)$ vel cot. ZPH$=$cot.$\left(\frac{6-n}{6} \text{Arc. cot.} \left[\frac{x}{y} \cot. A\right]\right)$ quo ſubſtituto valore in aequatione B erit

$$\text{Cot.}\left(\frac{6-n}{6} \text{Arc. Cot.} \left[\frac{x}{y} \text{Cot. } A\right]\right) = \frac{z + x \text{Cot. } A}{y}$$

Pendet ſolutio hujus aequationis a rectificatione vel

vel quadratura circuli, neque aliter, quam approximatione per ſeriem acquiritur.

Horae Aequinoctiales computantur, vel a Meridie, ut Germanicae, vel ab ortu ſolis, uti Babylonicae, vel ab ejus occaſu, uti hodie Italici ſolent. De Germanicis jam vidimus; quod ad Babylonicas attinet, itidem Aequinoctiales ſunt, ab alio vero termino, quam Germanici computantur, itaque lineas horarum ejusdem ordinis esſe, ac pro aequinoctialibus horis necesſe est; nec difficile est, illas in quolibet Solario notare in quo horae aequinoctiales cum ſuis lineis jam fuerint appoſitae: Etenim cum hora prima Babylonica ſit ad ortum ſolis, jungantur in Solario horae aequinoctiales, quibus ſol oritur tempore ſolſtitiorum, et ſic ſequentes omnes lineis jungendo, lineae hae horariae erunt pro horis Babylonicis: Italici vero viginti quatuor horas inter duos ſolis occaſus numerant, ita ut prima iis ſit hora, ſole occidente, vel quadrante horae post occaſum; jam in Solario lineis jungantur puncta quibus umbra ſolis occidentis haereat diebus ſolſtitiorum, ſic deinceps ſingulae horae in curvis umbrae ſolſtitialibus jungantur, tum horae lineis his adſcriptae Italicae erunt: Itaque ſi horae Germanicae Aequinoctiales ſint inventae, Italicae et Babylonicae in omnibus Solariis facile notantur.

Ita-

Itaque integra Solariorum Theoria duabus hi-
hititur aequationibus

$$\text{I}\quad \frac{\text{Sin.A}^2\text{-Sin.D}^2}{\text{Sin. D}^2}x^2 + \frac{\text{Sin.2 A}}{\text{Sin. D}^2}xz + \frac{\text{Cof.A}^2\text{-Sin.D}^2}{\text{Sin. D}^2}z^2 = y^2,$$

$$\text{II}\quad Py - x.\ \text{Cotang. A} = z$$

ubi $P = \dfrac{\text{Cot. anguli horarii}}{\text{Sin. A.}}$; punctum c, cujus umbra horas notat, in plano Meridianae, ejusque locus datus est.

§. 3. Curvae, quas umbra ſtili apice projecta in ſuperficiem quamlibet deſcribit, variae ſunt; pro diverſis ſuperficiebus earumque poſitione ad Meridianam vel Horizontem; pro duplici autem ſuperficierum genere, duo genera ſunt Solariorum, alterum curvilineum, alterum rectilineum; prius omnia Solaria continet, quae in ſuperficies ſive convexas ſive concavas deſcribuntur, posterius, quae in planis exarata ſunt: de ſingulis ſingulatim agemus.

Theoria Solariorum in Superficies curvilineas deſcriptorum.

§. 4. Omnis curvatura ſuperficierum triplex est, pro harum ſuperficierum, ſive a plano Horizontali, ſive a Verticali, ſive ab Horizontali et Verticali ſimul, deflexu; ſuperficies nonnullae tantum a plano Horizontali deflectunt, hae ſunt priſmaticae et quaevis ſectiones verticales corpo- Tab. III. Fig. 18.

ris hac ſuperficie terminati, rationem conſtantem habent inter ſe. Sit $bacd$ talis ſuperficies corporis $bdefac$, lineae ac et bd horizontales et parallelae ſunt, plana bae, dcf hujus corporis ſectiones verticales ſunt, aequales et paralellae, itaque ſuperficies $bdac$ tantum a plano horizontali deflectit, ſit bel parallela et in eodem plano verticali cum linea Meridiana M A; ſit punctum, cujus umbra horas indicat apud A, idem ac cc, ducatur Aα, vel cd, radius umbrae, quae incidit in ſuperficiem $bacd$ apud α; porro ex α ducatur $\alpha\beta$ parallela ad be et perpendicularis ad $\gamma\beta$, quae parallela est cum ae et cf; est $\gamma\beta$ abſciſſa, $\alpha\beta$ ordinata curvae ab vel $\delta\alpha\gamma$ ad axem be relatae, denique ex A dimittatur Asl in bel, quod erit ſtilus vel index Solarii; ex α ducatur perpendiculum αn ad planum horizontale per A tranſiens, ex n iterum nr perpendicularis ad M A; tum erit $\alpha n = z$, $nr = y$ rA $= x$: Jam quia $\alpha n =$ A$s + \gamma\beta$ et As ſit a, erit $\gamma\beta = z - a$, quia $pl =$ (ob rp perpendicularis ad bl). $=$ rA $= \alpha\beta + el$ et el ſit b, erit ob rA $= x$, $\alpha\beta = x - b$: Itaque, ſi detur aequatio inter abſciſſam $\gamma\beta$, et ordinatam $\alpha\beta$ curvae $b\alpha$, data erit relatio inter x et z, unde pro x, x^2 vel z, z^2 ejus valoribus in aequationem I generalem ſubſtitutis, naſcitur aequatio inter y, et x vel z, qua curva apicis umbrae in his ſuperficiebus determinatur.

Fig. 15.

Scri-

Scribatur, compendii cauſſâ, in aequatione generali A loco $\frac{\text{Sin. A}^2 - \text{Sin. D}^2}{\text{Sin. D}^2}$, B loco $\frac{\text{Sin. 2 A}}{\text{Sin. D}^2}$,

C loco $\frac{\text{Coſ. A}^2 - \text{Sin. D}^2}{\text{Sin. D}^2}$, erit haec aequatio

$A x^2 + B. xz + C. z^2 = y^2$ (A, B, C conſtantes ſunt); Sit ſectio ſuperficiei $\delta\alpha\gamma$ parallela cum ba vel dc per punctum α tranſiens, curva ordinis ſecundi, erit tum $\alpha\beta^2 = \alpha. \gamma\beta^2 + \beta. \gamma\beta + \delta$ vel quia $\alpha\beta = x - b$, $\gamma\beta = z - a$

$(x - b)^2 = \alpha(z - a)^2 + \beta(z - a) + \delta$, unde $x = b + \sqrt{\alpha(z-a)^2 + \beta(z-a) + \delta}$ poſito pro x hoc valore in aequatione I generali erit

$A. b^2 + 2Ab\sqrt{[\alpha(z-a)^2 + \beta(z-a) + \delta]}$
$+ A. \alpha(z-a)^2 + A. \beta(z-a) + A\delta + Bbz +$
$Bz\sqrt{[\alpha(z-a)^2 + \beta(z-a) + \delta]} + Cz^2 = y^2$

hinc quoque est

$$[2Ab + Bz]\sqrt{[\alpha(z-a)^2 + \beta(z-a) + \delta]}$$
$$\begin{aligned} = y^2 - A.\alpha z^2 &+ 2A.\alpha a z &- A\alpha a^2 \\ - C \quad &- A\beta &+ A\beta\alpha \\ &- Bb &- A\delta \\ && - Ab^2 \end{aligned}$$

vel poſitis aliis litteris pro his coefficientibus $= y^2 - Mz^2 + Nz - P$ ubi $A\alpha + C = M$

$2A\alpha a - A\beta - Bb = N$

$A\alpha a^2 - A\beta\alpha + A\delta + Ab^2 = P$, ſumatur quadratum hujus aequationis, ut ſignum radicale

 abe-

abeat, et erit, terminis in ordinem diſpoſitis,

$$\begin{array}{llll}
\alpha B^2 z^4 & + 4 . A B b \alpha z^3 & + 4 . A^2 b^2 \alpha . z^2 & + 4 A^2 b^2 (\beta - 2 a \alpha) z \\
- M^2 & + b^2 (\beta - 2 a \alpha) & + 4 A B b (\beta - 2 a \alpha) & + 4 A B b (a^2 \alpha - \beta \alpha + \delta) \\
 & + 2 M N & + B^2 (a \alpha^2 - \beta a + \delta) & + 2 P N \\
 & & - 2 M P + N^2 &
\end{array}$$

$$- y^4 + 2 P . y^2 + 2 M . y^2 z^2 - 2 N . y^2 z \begin{array}{l} + 4 A^2 b^2 (a^2 \alpha - \beta \alpha + \delta)^2 \\ - P^2 \end{array} = 0$$

Aequatio haec quarti ordinis eſt: hinc in omnibus ſuperſiciebus ſecundis ordinis, quae horizontaliter tantum incurvantur, curva, quam radius umbrae deſcribit, quarti gradus eſt, ſi omnes coefficientes hujus aequationis ſint reales.

Tab. III. Fig. 19. §. 5. Alteram ſpeciem Superficierum voco, quarum ſectiones horizontales conſtantem inter ſe habent rationem, verticales vero a plano verticali deflectunt; huc pertinent quaevis corpora Cylindrica et Conica: Sit $m n P \omega$ Cylindrus, aut corpus, cujus ſectiones horizontales lineis datis determinantur, ſit $q q c s s$ diameter, $q \alpha s$ ſectio quaelibet horizontalis, ex A ducatur radius umbrae Aα, ex α $n \alpha$ perpendicularis ad planum horizontis z, ex n iterum perpendicularis $n r$ in lineam meridianam y, denique $c \beta$ perpendicularis ad axem ex centro c plani $q \alpha s c$, et ex α perpendicularis $\alpha \beta$ in $c \beta$, erit $\alpha \beta$ applicata $c \beta$ abſciſſa curvae $q \alpha s$ ex centro computata: Aequatio inter has cöordinatas data eſt, ex dato corpore vel ejus ſuperficie; ſit M$c L o$ axis, Ao ſit $= a$, $o L = b$ erit $\alpha \beta = r$A $- o$A

=

$= x - a$, ſi Solarium intra corpora haec ſit deſcribendum; ſi vero in ſuperficiem exteriorem deſcribatur, erit $\alpha\beta = o\mathrm{A} - r\mathrm{A} = a - x$ $\beta c = rn = y$, jam ex aequatione inter $\alpha\beta$ et βc data, x pro y aut vicisſim in aequationem I ſubſtituatur, unde fit aequatio duarum cöordinatarum, quae curvam, qua umbra incedit, determinat.

Sit $\alpha\beta^2 = \mathrm{N}(r^2 - c\beta^2)$ ubi $r = \alpha c$, quae aequatio generalis est pro omnibus curvis ſecundi gradus, ſi ſcilicet abſcisſae e centro computantur; quoniam itaque $\alpha\beta = x - a$, $c\beta = y$ erit $\overline{x - a}^2 = \mathrm{N}(r^2 - y^2)$ vel $y^2 = r^2 - \frac{\overline{x - a}^2}{\mathrm{N}}$, poſito hoc valore in aequatione generali I. erit

$$\left(\mathrm{A} + \frac{1}{\mathrm{N}}\right) x^2 - \frac{2a}{\mathrm{N}} x + \mathrm{B}.\, xz + \mathrm{C}z^2 - r^2 + \frac{a^2}{\mathrm{N}} = 0$$

unde ſequitur, curvam umbrae in hujusmodi ſuperficiebus ſecundi ordinis esſe.

Exemplum.

Sit alterum corpus Cylindrus, alterum Conus huic inſcriptus, altitudo ejus LM ſit = latitudini $mL = d$, punctum A horas notans, vel apex ſtili ſit in L tum $a = o$ et $b = o$ poſito jam $qc = \alpha = \alpha c =$ erit $\alpha\beta^2 = qc^2 - c\beta^2$ vel $x^2 = \alpha^2 - y^2$, unde $y^2 =$

 a^2

$a^2 - x^2$ quo valore ſubſtituto in aequatione generali, erit $\begin{matrix}A\\+1\end{matrix}x^2 + Bxz + Cz^2 - a^2 = 0$

Pro Cono, est in Triangulo mLM, $mL : LM = qcc : cM$ vel $LM - Lc$, quoniam vero $mL = LM = l$ asſumpſimus, erit $qc = cM = LM - Lc$ vel $a = l - z$ ob $Lc = na$ hinc erit

$$\begin{matrix}A\\+1\end{matrix}x^2 + Bxz + \begin{matrix}C\\-1\end{matrix}z^2 + 2lz - l^2 = 0$$

pro Cylindro vero qc vel $a = mL = l$ unde erit $\begin{matrix}A\\+1\end{matrix}x^2 + Bxz + Cz^2 - l^2 = 0$ pro curvis umbrae cylindro inſcriptis.

Tab. III. Fig. 20. §. 6. Tertium ſuperficierum genus ab horizontali plano et ſimul a verticali deflectit, pertinent ad hoc ſuperficies ſolidorum quorumvis, quae ex converſione areae curvilineae circa axin ortae ſunt: Ducatur, ut in praecedentibus, linea MA in Meridiana, ſit $bced$ ſuperficies ſolidi $bpce$, orta ex converſione curvae bep circa axin ep; ducatur ex A, puncto, ex quo umbrae projiciuntur linea umbrae $A\alpha$ in ſuperficiem ſolidi, ex α perpendiculum αn ad planum horizontale, ex n perpendiculum nr ad Meridianam MA, ſit area ecp perpendicularis ad planum Meridianae et horizontis, dimittatur ex A perpendiculum $Am = a$, ſtilo Solarii, ſit $aA = b = Am - Aa$, ex a ducatur $\alpha\varepsilon$, quae erit applicata curvae be vel $g\alpha\varepsilon$, cujus abſciſſa $e\varepsilon$; jam vero $\alpha\beta = rq = rA - qA$,

qA

$qA = pm = c$ hinc $\alpha\beta = x - c$, $\beta\varepsilon = nr = y$, ast $\alpha\varepsilon^2 = \alpha\beta^2 + \beta\varepsilon^2 = y^2 + rq^2 = y^2 + (x - c)^2$, ex data jam ſectione ſuperficiei, datur aequatio inter $\alpha\varepsilon$ et $e\varepsilon$ et, ob $e\varepsilon = A\mu - Aa = z - b$, haec erit aequatio inter x, y et z; hinc eliminato uno ex tribus his cöordinatis, ſubſtitutoque ejus valore in aequatione I, oritur aequatio duarum variabilium, ex qua curva umbrae determinatur: Si vero Solarium intra figuram hanc ſit deſcribendum, convertatur ſolidum $bcpe$, ita ut apex e in p, planum vero bcp ſit in plano horizontali per e tranſeunti, erit $\alpha\varepsilon^2 = y^2 + (x - c)^2$ uti ſupra, $e\varepsilon = Aa - A\mu = b - z$.

Sit aequatio ſuperficiei $\alpha\varepsilon^2 = \alpha . e\varepsilon^2 + \beta . e\varepsilon + \delta$, quae omnes curvas ſecundi ordinis complectitur; poſito pro $\alpha\varepsilon^2$, $y^2 + \overline{x - c}^2$ pro e, ε, $z - b$, erit $y^2 = \alpha . \overline{z - b}^2 + \beta . \overline{z - b} + \delta - \overline{x - c}^2$ ſubſtituto hoc valore pro y^2 in aequatione generali erit.

$$\begin{array}{llllll} A . x^2 + & Bxz + & Cz^2 - & 2cx^2 + & 2b\alpha . z + & c^2 = 0 \\ +1. & & -\alpha & & -\beta & -b^2\alpha \\ & & & & & +\beta b \\ & & & & & -\delta \end{array}$$

quae aequatio ſecundi gradus completa est, ſi omnes termini ſint reales.

Si autem Solarium in ſuperficie concava ſit deſcribendum, erit pro $z - b = e\varepsilon$, ponendum $b - z$,

hinc coefficiens ipſius z tranſit in $+ \begin{matrix} 2b\alpha \\ +\beta \end{matrix}$, et in termino ultimo pro $+ \beta b$ ſcribatur $- \beta b$.

Exemplum.

Solarium ſit deſcribendum in Sphaeram concavam, cujus radius r, et ſtyli apex in centro Sphaerae, unde fit Solarium Beroſi, de quo Cap. III. egimus; Jam quidem est $A a = b$ est quoque $p m = o$ hinc $r = b$ et $c = 0$; in aequatione ſuperficiei est $\alpha = -1$, $\beta = 2 a m = 2 b$, $\delta = 0$; his valoribus ſubſtitutis in aequatione pro Solario in concavitate deſcripto erit

$$\begin{matrix} A \\ +1 \end{matrix} x^2 + B x z + \begin{matrix} C \\ +1 \end{matrix} z^2 - b^2 = 0 \text{ ob } 2 b \alpha + \beta = 0$$

ſubſtitutis jam pro A, B, C valoribus $\frac{\text{Sin. A}^2 - \text{Sin. D}^2}{\text{Sin. D}^2}$, $\frac{\text{Sin. 2 A}}{\text{Sin. D}^2}$, $\frac{\text{Coſ. A}^2 - \text{Sin. D}^2}{\text{Sin. D}^2}$ erit $\frac{\text{Sin. A}^2}{\text{Sin. D}^2} x^2 + \frac{\text{Sin. 2 A}}{\text{Sin. D}^2} x z + \frac{\text{Coſ. A}^2}{\text{Sin. D}^2} z^2 = a^2$, unde extracta radice erit x Sin. A $+ z$ Coſ. A $= a$. Sin. D, quae aequatio primi ordinis est, hinc lineas umbrae rectas eſſe, neceſſe est; At linea recta in ſuperficiem Sphaericam deſcripta ſit circulus, unde patet id, quod Cap. III. §. 8. aliter demonſtratum invenimus, umbram a puncto A in Sphaeram projectam, circulos plano Aequatoris parallelos permeare.

§. 7. Ita-

§. 7. Itaque in data quacumque ſuperficie deſcribi poteſt linea, qua umbra incedit, neque minus generali modo datur locus, quo haec in ſingulis ſuperficiebus dato tempore exiſtat. Scilicet Aequatio II, quae relationem trium cöordinatarum pro data hora continet, est, P y — x. cotang A = z; generatim itaque ſi detur aequatio inter duas ex his tribus variabilibus, facta ſubſtitutione, oritur aequatio inter duas variabiles lineam horarum, ſive illam, in qua umbra, horis iisdem, ante vel poſt Meridiem, haereat, exhibens: Imprimis animadverti hic oportet, lineam horariam ſemper ejusdem ordinis esſe, ac ſectio ſuperficiei, quae per aequationem fuit data, unde ſequitur in omni Solario in ſuperficiem curvilineam deſcripto, lineas horarum curvas esſe, at in omni ſuperficie plana, quomodocumque plana haec ſint poſita, umbram puncti A, iisdem horis, in linea recta verſari.

Pauca haec, ni fallor, ſufficient, ut appareat deſcriptio Solariorum in qualibet ſuperficie curvilinea, itaque tranſeo ad ſuperficies planas, rationes Solarii in illas deſcribendi, explicaturus.

Theoria Solariorum in ſuperficies planas deſcriptorum.

§. 8. Triplex Solariorum in ſuperficiebus planis deſcriptorum genus eſt; primum ea complec-

titur Solaria, quae verticalia ſunt; in altero planum, intra planum verticale et horizontem poſitum est; tertium genus Solaria in planum horizontale deſcripta continet.

I. *De Solariis in ſuperficies planas verticaliter poſitas deſcriptis.*

§. 9. Solaria verticalia itidem triplicis ſunt ſpeciei, pro triplici ſuperficierum verſus planum Meridiani poſitione; Scilicet

1. Planum Solarii Auſtrum vel Boream ſpectat, hoc est, angulos rectos facit cum plano Meridiani.
2. Planum Ortum vel Occaſum ſpectat, hoc est, in ipſo plano Meridiani eſt poſitum.
3. Planum inter Ortum et Auſtrum, vel Auſtrum et Occaſum jacet, hoc est angulos facit cum plano Meridiani, recto ſemper minores.

De priore primum exponemus

1. *De Solario verticali Auſtrum vel Boream ſpectante.*

Tab. IV. Fig. 21. §. 10. Sit *abcd* planum verticale, AM linea Meridiana plano huic perpendicularis, ex A, puncto cujus umbra horas notat, dimittatur A*f* perpendiculum, quod erit ſtilus, linea *ef* parallela

lela ad AM et in eodem plano, itaque Af altitudo puncti A, umbram Ar projicientis in planum $abcd$, ex M cadat perpendiculum Me parallelum ad Af et tranſiens per planum Solarii, ducatur nn horizontalis vel parallela cum ab per punctum M; porro $rn = z$, $nM = y$ Fig.
$MA = x$. Quoniam diſtantia horizontalis puncti 15.
A a plano Solarii $= ef$, et $ef = MA$, erit (ſi $ef = b$) MA vel $x = b$ itaque x conſtans in aequatione I generali ponenda est; poſito jam pro x, b, erit $Ab^2 + Bbz + Cz^2 = y^2$.

Sit quoque $Af = a$, $ep = u$, $pr = v$ erit (ob $ep = Af - nr$) $u = a - z$, $rp = nM = y = v$ poſitis jam pro z, $a - u$, et pro y, v erit

$$\begin{array}{l} Ab^2 - 2Ca.\,u + Cu^2 = v^2 \\ + Ca^2 - Bb \\ + Bab \end{array}$$

hinc v et u ordinatae et abſcisſae ſunt curvae, quam umbra deſcribit, quae erit ſecundi ordinis et abſcisſarum initium in baſi Solarii e poſitum est; Itaque curva, quam apex umbrae deſcribit, exhibita, determinandum erit punctum, in quo haereat, quovis tempore dato, hoc est lineae horarum inveniendae ſunt. Jam ſi in aequatione II $Py - x$ cot. $A = z$, pro x ponatur b, pro z, $a - u$, pro y, v, erit $Pv - b$ cot. $A = a - u$ vel $Pv + u = a + b$ cot. A haec aequatio formae $\alpha v + u = \beta$ ad li-

lineas primi ordinis pertinet; ponatur $u = 0$ erit $y = \frac{\beta}{k}$, ſi vero $y = 0$ erit $u = \beta$, itaque capiatur in linea ed, $\pi e = \frac{\beta}{\alpha}$, in linea Me, $Te = \beta$, erit πT linea horaria pro dato angulo horario, quia vero $Te = \beta = a + b \cot. A$ conſtans est, omnes lineae horariae, quicumque ſit angulus horarius, ex puncto T tanquam centro erunt ducendae; πe vero pendet ab angulo horario, est enim $= \frac{\beta}{\alpha} = \frac{[a + b \cot. A] \text{Sin.} A}{\cot. \text{ang. hor.}}$ eritque in ratione Tangentis hujus anguli. Idem valet pro Solario hoc Boream ſpectante.

2. *De Solario verticali Orientem vel Occidentem ſpectante.*

Tab. IV. Fig. 21. §. 11. Quoniam planum hujus Solarii in planum Meridiani deſcriptum est, erit $abcd$ parallelum cum MA, itaque ſit nM diſtantia horizontalis puncti A a plano, quae fuit § praecedenti $ef = b$, hinc pro nM vel y ponatur b in aequatione I, erit $Ax^2 + Bxz + Cz^2 = b^2$; porro ob $Af = a$, $ep = u$, erit $a - u = z$, x vero vel $rp = v$ hinc ſubſtitutis his valoribus pro z et x oritur

$$Av^2 + Bav - Buv - 2Cau + Cu^2 - b^2 = 0$$
$$+ Ca^2$$

Aequatio haec, aeque ac prior, ſecundi gradus est, ex membro ejus $Av^2 - Buv + Cu^2$ dignoſcitur, utrum habeat factores ſimplices reales

an

an ſecus; ſi careat factoribus ad Ellipſin pertinet, ſi vero hi factores ſint reales, ad Hyperbolam vel Parabolam, prius, ſi hi factores inaequales, poſterius, ſi aequales ſint (*).

Ut linea horaria in hoc Solario deſcribatur, ponatur in aequatione $Py - x$ cot. $A = z$, b loco y, loco x vero v, $z = a - u$, erit $Pb - a = v$ cot. $A - u$ aequatio haec primi ordinis eſt, formae $\beta = \alpha v - u$ ſi $u = o$ erit $v = \frac{\beta}{\alpha}$ ſi $v = o$ erit $u = -\beta$; capiatur itaque in linea Me producta $eT = \beta$ ad alteram partem puncti e, et $e\pi = \frac{\beta}{\alpha}$, erit $T\pi$ linea horaria, at quoniam $\beta = Pb - a$, $e\pi = \frac{\beta}{\alpha}$ $= \frac{Pb - a}{\text{Cot. A}}$, tam $e\pi$ quam Te ab angulo horario pendent, neque ita, ut in Solario ad Auſtrum vel Boream poſito, lineae horarum ex eodem puncto axeos ducuntur.

3. *De Solario, cujus planum angulum recto minorem cum plano Meridiano facit, et ad Orientem vel Occidentem inclinatum eſt.*

§. 12. Sit $abcd$ planum Solarii, ducatur $AM\mu$ Meridiana, nMn parallela et in eodem plano ac ipſum Solarii planum, angulus $nM\mu$ ſit aberratio plani a plano Meridiano $= q$; ducantur, uti Tab. IV. Fig. 22.

(*) Euleri Analyſ. infin. p. II. cap. IX.

uti ſupra, $Af = a$, $ef = b$, Ar radius umbrae, tum et $nr = z$, ex n perpendiculum $n\mu = y$, $A\mu = x$ eſt $A\mu = AM \pm M\mu$, ubi ſignum ſuperius obtinet, quando r in parte ace Occidentali, inferius, quando in Orientali haereat; id eſt, ſi Solarium ad Occidentem vergat, prius ante, inferius poſt Meridiem, contra vero ſi Solarium ad Orientem vergat; eſt $AM = ef = b$; at in Triangulo $nM\mu$ rectangulo in μ, $Mn : M\mu = 1 : \text{Coſ.}\, q$ et $Mn : n\mu = 1 : \text{Sin.}\, q$ unde $\frac{n\mu}{\text{Sin.}\, q} = \frac{M\mu}{\text{Coſ.}\, q}$, jam $n\mu = y$, hinc $M\mu = y$ Cot. q, poſitis his valoribus, erit $A\mu$ vel $x = b \pm y$ Cot. q, ſubſtituto pro x in aequatione I, oritur
$Ab^2 \pm 2Ab\,\text{Cot.}\,q.y + A\,\text{Cot.}\,q^2.\,y^2 + Bbz \pm B\,\text{Cot.}\,q.\,zy + Cz^2 = y^2$ denique, ob $nM : n\mu = 1 : \text{Sin.}\, q$, et $nM = rp = v$, $n\mu = y$, hinc $y = v\,\text{Sin.}\,q$, $pe = Af - nr = a - z = u$, $z = a - u$ unde fit

$$\begin{array}{l} Ab^2 \pm 2Ab\,\text{Coſ.}\,q.v + A\,\text{Coſ}\,q^2.v^2 - Bb.u + Cu^2 \mp B\,\text{Coſ.}\,q.uv = 0 \\ + Bba \pm Ba\,\text{Coſ.}\,q \quad - \text{Sin.}\,q^2 \quad - 2aC \\ + Ca^2 \end{array}$$

Ut in hoc Solario linea horarum deſcribatur erit in aequatione $Py - x\,\text{Cot.}\,A = z$, ob $x = b \pm y.\text{Cot.}\,q = b \pm v\,\text{Coſ.}\,q$, $y = v\,\text{Sin.}\,q$, $z = a - u$, $P\,\text{Sin.}\,q.v - b\,\text{Cot.}\,A \mp \text{Coſ.}\,q.\,\text{Cot.}\,A.\,v = a - u$ vel $(P\,\text{Sin.}\,q \mp \text{Cot.}\,A.\,\text{Coſ.}\,q)\,v + u = a + b\,\text{Cot.}\,A$ formae $\alpha v + u = \beta$, ſit itaque $v = 0$ erit $u = \beta$, ſi $u = 0$ erit $v = \frac{\beta}{\alpha}$, capiatur in linea Mr,

$e\mathrm{T} = \beta$, in linea cd, $eq = \frac{\beta}{\alpha}$ erit $\mathrm{T}q$ linea horaria, quoniam vero $e\mathrm{T}$ ab angulo horario non pendet, ſed conſtans est, hinc ſingulae lineae horarum ex centro T, eadem diſtantia $\mathrm{T}e$ ab abſciſſarum initio remoto, ducendae ſunt; qe vero rationem cum Tangente anguli horarii tenet.

II. *De Solariis in ſuperficies planas deſcriptis, quorum plana intra planum verticale et horizontale ſunt poſita, id est, quae ſupina vel prona ſunt.*

Ambo haec uno genere comprehenduntur, cujus vero tres dantur ſpecies, prima ea continet, quae ſive prona ſive ſupina ſint Solaria, Auſtrum vel Boream ſpectant; altera, quae ad Orientem vel Occaſum ſunt poſita; tertia, quae inter Orientem vel Occidentem, et Auſtrum ſunt poſita, a plano Meridianae ſub angulo, recto ſemper minore, aberrantia.

1. *De Solario ſupino vel prono verſus Auſtrum angulum rectum faciente cum Meridiana.*

§. 13. Sint $abcd$ plana Solaria, ſupinum alterum Fig. 24, alterum pronum Fig. 23, A M ſit linea Meridiana Af perpendiculum $= a$, $\mathrm{M}A = ef \pm \varepsilon e$, est $e\varepsilon$: Mε vel Af = Tang. $\varepsilon \mathrm{M} e$: 1 vel ſit $\varepsilon \mathrm{M} e$ = inclinationi plani ad planum verticale $= h$ erit $e\varepsilon = a$ Tang. h, hinc $\mathrm{M A} = b \pm a$ Tang. h ſi $ef = b$; ducantur radii umbra $\mathrm{A}r$, et perpendicula rn, $= z$, $n\mu = y$ erit $\mathrm{A}\mu = x$; quoniam vero $n\mu n$ pa- Tab. IV. Fig. 23 et 24

parallela cum m M m, et in eodem plano, eſt $\mu p : \mu M = 1 :$ Tang. h hinc $M\mu = \mu p$ Tang. h $= z$ Tang. h. ob $rn = \mu p = z$; in Solario prono Fig. 23 est $A\mu = x = AM + M\mu$, in ſupino Fig. 24 $A\mu = AM - M\mu$ hinc $x = AM \pm M\mu = b \mp a$ Tang. $h \pm z$ Tang. h, poſito loco $b \mp a$ Tang. h, d, eſt $x = d \pm z$ Tang. h hinc erit, ſubſtituto hoc valore in Aequatione I,

$$\begin{array}{lll} Ad^2 & \pm 2Ad\,\text{Tang.}\,h.z & + A\,\text{Tang.}\,h^2 z^2. = y^2 \\ + Bd & & \pm B\,\text{Tang.}\,h \\ & & + C \end{array}$$

In Triangulo $M\epsilon e$, $Me : M\epsilon = 1 :$ Coſ. h hinc $Me = \frac{M\epsilon}{\text{Coſ.}\,h} = \frac{a}{\text{Coſ.}\,h}$, ſi $pe = u$, $Mp =$ $Me - pe = \frac{a}{\text{Coſ.}\,h} - u$: In Triangulo $Mp\mu$ est Mp vel $mr : \mu p$ vel $z = 1 :$ Coſ. h hinc Mp $= \frac{z}{\text{Coſ.}\,h} = \frac{a}{\text{Coſ.}\,h} - u$ hinc fit $z = a - u$ Coſ. h, $Mm = rp = y = v$ his valoribus pro z et y ſubſtitutis erit

$$\begin{array}{lll} +Ad^2 & \mp 2Ad\,\text{Sin.}\,h.\,u & +A\,\text{Sin.}\,h^2.u^2 = v^2 \\ \pm 2Ad\,\text{Tang.}\,h.a & - Bd\,\text{Coſ.}\,h & \pm B\,\textit{Sin.}\,2\,h \\ +Bda & -2Aa\,\text{T.}\,h.\,\text{S.}\,h. & +C\,\text{Coſ.}\,h^2 \\ +A\,\text{Tang.}\,h^2 a^2 & \mp 2Ba\,\text{Sin.}\,h & \\ \pm B\,\text{Tang.}\,h.\,a^2 & -2C\,\text{Coſ.}\,h.\,a & \\ +Ca^2 & & \end{array}$$

Ubi pro Solariis pronis ſignum ſuperius, pro ſupinis vero, inferius adhibendum est.

Ut

Ut inveniatur linea horaria, ſit in aequatione II vel $Py - x$ Cot. $A = z$, loco y, v, et pro x, $d \pm z$ Tang. h, hinc erit

$$Pv - d \text{ Cot. } A \mp z \text{ Tang. } h. \text{ Cot. } A = z \text{ vel}$$

$$v - \frac{[1 \pm \text{Tang. } h. \text{ Cot. } A]\, z}{P} = \frac{d. \text{ Cot. } A}{P}$$

vel poſito pro z, $a - u$ Coſ. h

$$v + \frac{[\text{coſ}.h \pm \text{ſin}.h \text{cot}.A]u}{P} = \frac{d \text{cot}.A + a[1 \pm T.h.\text{cot}.A]}{P}$$

formae $v + \alpha u = \beta$, hinc ſi $v = 0$, erit $u = \frac{\beta}{\alpha}$;

ſi $u = 0$, $v = \beta$, capiatur $\frac{\beta}{\alpha} = eT$; β vero $= e\pi$ erit $T\pi$ linea horaria; jam autem ipſi eT, P non ineſt, hinc punctum T pro omnibus lineis horariis erit idem, $e\pi$ vero eſt in ratione Tangentis anguli horarii.

2. De Solario prono vel ſupino verſus Orientem vel Occidentem poſito.

§. 14. Eadem figurae eſt conſtructio, quae in caſu praecedenti, ea ſola differentia, quod nunc planum Solarii lineae Meridianae MA ſit parallelum, quam in priori angulis rectis ſecabat; itaque, uti ſupra §. 11. pro Solariis verticalibus verſus Orientem vel Occidentem poſitis, x cum y permutanda eſt, caeteris manentibus, ut in caſu praecedenti §. 13. Tab. IV. Fig. 23 et 24.

Sit itaque $y = b \mp a$ Tang. $h \pm z$ Tang. h, vel $= d \pm z$ Tang. h poſito MA $= b \mp a$ Tang. $h = d$ erit

$$A x^2 + B x z + C z^2 = d^2 \pm 2 d \,\text{tang.} h . z + z^2 \text{tang.} h^2$$

poſito jam pro $x, y = A \mu$, z vero $= a - u$ Coſ. h erit

$$+ d^2 \quad \mp 2 d \,\text{Sin.} h . u - C . \text{Coſ.} h^2 u^2 + B \text{Coſ.} h . uv - B a . v - A v^2 = 0$$
$$\pm 2 d a \,\text{Tang.} h + 2 a C \,\text{Coſ} h \quad + \text{Sin.} h^2$$
$$+ a^2 \text{Tang.} h^2 \quad - 2 a \text{Sin.} h \text{Tang.} h$$
$$- C a^2$$

ſignum ſuperius pro pronis, inferius vero, pro ſupinis Solariis adhibendum est.

Ad lineas horarias inveniendas, ponatur in aequatione Py — x Cot. A $= z$, $y = d \pm a$ Tang. $h \mp u$ Sin. h, pro x, y, et pro $z, a - u$ Coſ. h erit Pd $\pm$ Pa Tang. h — a = v Cot. A + [$\pm$ P Sin. h — Coſ. h] u, formae $\beta = u \alpha + v \gamma$ ſi $\alpha = 0$ erit $v = \frac{\beta}{\gamma}$, ſi $v = 0$ $u = \frac{\beta}{\alpha}$, fiat $e\pi = \frac{\beta}{\gamma}$ eT $= \frac{\beta}{\alpha}$ erit Tπ linea horaria, puncta T vel π pro ſingulis temporibus varia ſunt, quoniam ipſi eT et $e\pi$ angulus horarius inest.

9. *De Solario prono vel Supino ad Orientem vel Occidentem a plano verſus auſtrum ſpectante inclinato.*

Tab. IV. Fig. 25 et 26. §. 15. Haec ultima Solariorum est ſpecies, cujus aequatio omnium est generaliſſima, ſcilicet cum Solarium ſive pronum ſive ſupinum ſit, ſimulque verſus Orientem vel Occidentem deflectere

po-

poteſt, quatuor caſus ſingulares hac aequatione comprehendi debent; ut tamen hi inter ſe poſſent diſtingui, neceſſe eſt, praeter duo vulgaria ſigna $+$ $-$, duo inſuper alia adhiberi, quibus quatuor caſus exprimi poterunt: Ut itaque ratio hujus aequationis appareat; ſit *abcd* planum Solarii (Fig. 25.) proni; (Fig. 26.) ſupini, quae inſuper angulo $s\mu n < 90$ à plano Meridiano aberrant; ductis $sA = x$; $ns = y$; $nr = z$, porro mMm parallela et in eodem plano ac *abcd*, per nn ducatur $n\mu n$ parallela, et in eodem verticali cum rpr erit $As = A\mu \pm s\mu$; ubi in Solariis verſus Occidentem aberrantibus; ante meridiem ſigno ſuperiore, post meridiem inferiore utendum est; contra vero, ſi Solaria verſus Orientem aberrant. Ast $A\mu = AM + M\mu$ in ſolariis pronis; $A\mu$ vero $= AM - M\mu$ in ſupinis; ut itaque hi caſus diſtinguantur, poſteriori caſu $+$ et $-$ ſignis incluſi; ut valores, quae ex inclinatione Solarii verſus horizontem prona vel ſupina pendent, diſtinguerentur, ab iis, quae ex aberratione a plano meridiano derivantur, hinc erit $A\mu = Am \overset{(+)}{\underset{(-)}{}} M\mu$ prius ſignum pro pronis, inferius pro ſupinis valet, poſito hoc valore pro $A\mu$ erit $As = AM \overset{(+)}{\underset{(-)}{}} M\mu \pm s\mu$ jam vero est $AM = b \mp a$ Tang. $h = d$. In Triangulo $sn\mu$ eſt

$s\,n$ vel $y : s\,\mu = $ Tang. $s\,\mu\,n$ vel Tang. $q : 1$ hinc $s\,\mu = y$. Cotang q. In Triangulo $M\,p\,\mu$ eſt $M\,\mu : \mu\,p = $ Tang. $h : 1$ hinc $M\,\mu = z$ Tang. h ſubſtitutis his valoribus erit

AS vel $x = d \binom{-}{+} z$ Tang. $h \pm y$ Cot. q. unde erit

$$\begin{array}{llll} Ad^2 \binom{+}{-} 2AdT.h.z \pm 2AdCot.q.y \pm \binom{+}{-} 2At.h.cot.q.z.y & & & \\ + \; Bd & & \pm \; B \; Cot. \; q & \\ & + AT.h^2 z^2 & + ACot.q^2 y^2 & = 0 \\ & \binom{+}{-} BT.h^2 & - \; 1 & \\ & + \; C & & \end{array}$$

eſt autem $z = a - u$ Coſ. h, fit $r\,p = v = n\,\mu$, $p\,e = u$ $n\,\mu : s\,n$ vel $y = 1 :$ ſin. q vel $y = v$ ſin. q his valoribus ſubſtitutis erit

$$\begin{array}{llll} A\,d^2 & \binom{+}{-} 2AdSin.h.\;x & \pm 2AdCoſ.q.\;v & \mp \binom{+}{-} 2AS.hC.q.\;vx \\ \binom{+}{-} 2AdaTang.h & - BdCoſ.h & \pm \binom{+}{-} 2AaT.hC.q \mp BCoſ.h.Coſ\,q & \\ + \; Bda & - \; 2AaS.hT.h & \pm \; Ba \; Coſ.\; q. & \\ & \binom{-}{+} 2BaSin.h & & \\ + \; Aa^2Tang.h^2 & & & = 0 \\ \binom{+}{-} Ba^2Tang.h & - \; 2CaCoſ.h & & \\ + \; Ca^2 & + ASin.h^2.\; x^2 & + ACoſ.q^2\,v^2 & \\ & \binom{+}{-} \frac{B}{2} Sin.2h & - \; Sin\,q^2 & \\ & + \; C\,Coſ.\,h & & \end{array}$$

Haec Aequatio curvas ab umbra apicis A deſcriptas in omnibus planis exhibet, datis angulo h vel inclinatione plani Solarii ad planum verticale, ubi planum hoc a plano meridiani ſe-

ſecatur, et q aberratione plani a plano Meridiani. Si in hac aequatione ponatur $h = 0$ $q = 90$ oritur aequatio §. 10, ſi $h = 0$, q vero < 90 nanciscimur aequationem §. 12, ſi $q = 90$, h vero < 90, oritur aequatio §. 13 : Non autem hinc deducuntur aequationes §. 11 et §. 14. pro Solariis ad Orientem vel Occidentem poſitis, quoniam in iis x loco y ubique poſita fuit; in his erit

$$AS = AM \begin{smallmatrix}(+)\\(-)\end{smallmatrix} M\mu \pm S\mu, \text{ vel ob } AS = y, S\mu = x \,\text{Cot.}\, q$$

$$M\mu = z \,\text{Tang.}\, h, \; y = d \begin{smallmatrix}(+)\\(-)\end{smallmatrix} z \,\text{Tang.}\, h \pm x \,\text{Cot.}\, q$$

$$\begin{array}{llll} A \;.\; x^2 + B & . \; xz + C \; z^2 - d^2 \begin{smallmatrix}(-)\\(+)\end{smallmatrix} 2d\,\text{T.}h.z \mp 2d\,\text{cot.}q.x = 0 \\ -\text{Cot.}q^2 & \mp \begin{smallmatrix}(+)\\(-)\end{smallmatrix} 2\text{T.}h.\text{Cot.}q \; -\text{Tang.}h^2 \end{array}$$

jam vero $x = v$ Sin. q, $z = a - u$ Coſ. h. hinc poſitis his valoribus in aequatione, terminisque in ordinem diſpoſitis, erit

$$\left.\begin{array}{lll} -d^2 & +C\,\text{Coſ.}h^2.\,u^2 & \begin{smallmatrix}(+)\\(-)\end{smallmatrix} 2d\,\text{Sin.}\,h. \quad u \\ \begin{smallmatrix}(-)\\(+)\end{smallmatrix} 2ad\,\text{Tang.}\,h & -\text{Sin.}\,h^2 & -\;2Ca\,\text{Coſ.}\,h \\ +Ca^2 & & +\;2a\,\text{Sin.}\,h\,\text{Tang.}\,h \\ -a^2\,\text{Tang.}\,h^2 & & \\ & & \\ -B\,\text{Coſ.}\,h\,\text{Sin.}\,q.\;vu & +Ba\,\text{Sin.}\,q.\;v & +A\,\text{Sin.}\,q^2.\,v^2 \\ \pm\begin{smallmatrix}(+)\\(-)\end{smallmatrix} 2\,\text{Sin.}\,h\,\text{Coſ.}\,q & \mp\begin{smallmatrix}(+)\\(-)\end{smallmatrix} 2a\,\text{Tang.}\,h\,\text{Coſ.}\,q & -\text{Coſ.}\,q^2 \\ & \begin{smallmatrix}(-)\\(+)\end{smallmatrix} 2d\,\text{Coſ.}\,q & \end{array}\right\} = 0$$

Haec aequatio omnia Solaria complectitur, quae Orientem vel Occidentem ſpectant, h inclinationem Solarii verſus horizontem, q vero ejus aberra-

 tio-

tionem a plano, ad planum Meridiani perpendiculari, notat, ſi $h = 0$ $q = 90$, ſit aequatio §. 11. exhibita, ſi $h < 90$ $q = 90$, naſcitur aequatio §. 14 inventa.

III. *De Solariis in planum Horizontale deſcriptis.*

§. 16. Unum adhuc Solarium reſtat, quod prioribus aequationibus non continetur, ſcilicet Horizontale: quod tertium erat Solariorum genus: vid §. 8.

Tab. IV. Fig. 28. Sit itaque $abcd$ planum horizontale, M A Meridiana, A r radius umbrae ex puncto A ad planum Solarii ductus, ducatur ex r perpendiculum rn ad planum n A m plano horologii parallelum, ſitque altitudo ſtili A $f = a$, $ef = b$ erit quoque $nr = $ A f, vel $z = a$; poſito hoc valore in aequatione I generali erit A $x^2 +$ B $ax +$ C $a^2 = y^2$ jam quia M A $= x = pe + ef = u + b$, M n $= rp = y$, ſubſtitutis his valoribus, erit

$$\begin{matrix} Au^2 + 2Abu + Ab^2 \\ + \; Ba \quad + Bab \\ + Ca^2 \end{matrix} = v^2$$ Aequatio pro Solario Horizontali.

Ut deſcribatur in planum, linea horaria, ſit in aequatione

P $y = x$ Cot. A $= z$, $z = a$, $y = v$, $x = u + b$ erit P $v = b$ Cot. A $= u$ Cot. A $= a$ vel

$v = \frac{a \text{ Cot. A}}{P} = \frac{u + b \text{ Cot. A}}{P}$ formae $v = u\alpha = \beta$

ſi

ſi $v = 0$ erit $u = \frac{-\beta}{\alpha}$, ſi vero $u = 0$, $v = \beta$ erit capiatur itaque in linea cd, $eq = \beta$ in linea ep, $eT = \frac{\beta}{\alpha}$ ad alteram partem puncti e erit Tq ſ linea horaria, in qua umbra iisdem horis haeret, quoniam autem ipſi eT non ineſt P vel angulus horarius, omnes lineae horariae ex eodem centro T ducuntur, linea $e\cdot q$ vero est in ratione Tangentis anguli horarii.

§. 17. Postquam Theoriam Solarii cujusſlibet conſtruendi exhibuimus, restat adhuc rationem exponere, qua in his Solariis hora, altitudo ſolis, et angulus azimuthalis ſimul notentur.

In ſingulis, quae pertractavimus, generibus Solariorum patet, angulum n A M distantiae ſolis a linea Meridiana, nr vero ejus altitudini esſe proportionalem. Primum quod ad angulum azimuthalem; in Triangulo $An\mu$ est $x : y = 1$: Tang. Azimut. at rp, vel n M, $v : y = 1$: Sin. q hinc $y = v$ Sin. q unde Tang. Azimut. $= \frac{y}{x}$ Tab. V.

$= \frac{v \text{ Sin. } q}{x}$ jam quoque $x = d \begin{Bmatrix}(+)\\(-)\end{Bmatrix} z$ tang. $h \pm y$ Fig. 36.

cot. q vel $= d \begin{Bmatrix}(+)\\(-)\end{Bmatrix} a$ tang. $h \begin{Bmatrix}(-)\\(+)\end{Bmatrix} u$ Sin. $h \pm v$ coſ. q hinc Tang. Azimut. $=$

$$\frac{v \text{ Sin. } q}{d \begin{Bmatrix}(+)\\(-)\end{Bmatrix} a \text{ tang. } h \begin{Bmatrix}(-)\\(+)\end{Bmatrix} u \text{ Sin. } h \pm v \text{ coſ. } q}$$

Altitudo ſolis = angulo nAr, in Triangulo nAr $An : nr = 1$: Tang. altitudinis ſolis, ast $An = \sqrt{\mu A^2 + n\mu^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$, nr vero z, unde est

Tang. altitudinis ſolis $= \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ poſitis jam

pro z, n, et y eorum valoribus, pro generali aequatione, § ſuperiore inventis, erit Tang. altit. ſolis =

$$\frac{a - u \text{ Coſ. } h}{\sqrt{[d \genfrac{}{}{0pt}{}{(+)}{(-)} a \text{ tang. } h \genfrac{}{}{0pt}{}{(-)}{(+)} u \text{ Sin. } h \pm v \text{ coſ. } q]^2 + v^2 \text{ Sin. } q^2]}}$$

capiantur anguli azimuthales ſucceſſive quotlibet, et ſit Tang. anguli aſſumpti A, capiatur quoque pe vel u data $= m$, erit, ſi $d \genfrac{}{}{0pt}{}{(+)}{(-)}$

a tang. $h \genfrac{}{}{0pt}{}{(-)}{(+)} m$ Sin. h ponatur $= \alpha$, $A =$

$\frac{v \text{ Sin. } q}{\alpha \pm v \text{ coſ. } q}$ unde $v = \frac{A\alpha}{\text{Sin. } q \mp A \text{ coſ. } q} = pr$ in linea pr ſcribatur angulus azimuthalis puncto r

Fig. 36. congruens, est quoque $d \genfrac{}{}{0pt}{}{(+)}{(-)} a$ tang. h.

$\genfrac{}{}{0pt}{}{(-)}{(+)} u$ Sin. $h \pm v$ coſ. $q = \frac{v \text{ Sin. } q}{\text{Tang. Azimut.}}$

Subſtituto hoc valore in aequatione altera pro altitudine ſolis, erit Tang. altitud. ſolis =

$$\frac{a - u \text{ coſ. } h}{\sqrt{\left[\frac{v^2 \text{ Sin. } q^2}{\text{Tang. Azim.}^2} + v^2 \text{ Sin. } q^2\right]}} = \frac{a - u \text{ coſ. } h}{\frac{v \text{ Sin. } q \sqrt{1 + \text{Tang. Az.}^2}}{\text{Tang. Azim.}}}$$

vel

vel $= \frac{a - u \text{ coſ. } h}{v \text{ Sin. } q \text{ coſec. Azimut.}}$; poſitis jam in hac aequatione pro u, v, et angulo Azimuthali valoribus ſupra adhibitis, invenitur altitudo ſolis puncto r conveniens, quae lineae verticali abſcribenda eſt. Ita pergendo pro datis diſtantiis pe, pr inveniuntur puncta quotlibet r' r'' quae dato angulo azimuthali et inventae ſolis altitudini respondent.

Pro Solariis Orientem vel Occidentem ſpectantibus, et quocumque modo ab his plagis aberrantibus ponatur in aequatione $\frac{y}{x} =$ Tang. anguli azimut., $y = d \begin{Bmatrix}+\\-\end{Bmatrix} z \text{ tang.} h \pm x \text{ cot.} q$, §. 15. vel ob $x = v$. Sin. q, Tang. ang. azimut. $=$
$$\frac{d \begin{Bmatrix}+\\-\end{Bmatrix} a \text{ tang. } h \begin{Bmatrix}-\\+\end{Bmatrix} u \text{ Sin. } h \pm v \text{ coſ. } q}{v \text{ Sin. q}}$$

Tang. altitudinis ſolis $= \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} =$
$$\frac{a - u \text{ coſ. } h}{\sqrt{\left[d \begin{Bmatrix}+\\-\end{Bmatrix} a \text{ tang.} h \begin{Bmatrix}-\\+\end{Bmatrix} u \text{ Sin.} h \pm v \text{ coſ.} q\right]^2 + v^2 \text{ Sin.} q^2}}$$
haec eadem eſt, quae ſupra, pro horologiis verſus auſtrum poſitis et ab eo aberrantibus, inventa fuit altitudo, angulus vero azimuthalis prioris complementum eſt ad 90°, quod ex mutatione planorum facile apparet.

In

In Solariis Horizontalibus vero $\frac{y}{x}$, $y = v$, $x = b + u$, vel Tang. Azimut. $= \frac{v}{b + u}$

Tang.altit.ſolis $= \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{a}{\sqrt{[b^2 + 2bu + u^2 + v^2]}}$

Jam ſi ſit $b = o$, hoc est, ſi ſtylus ponatur in initio abſcisſarum apud e, est quoque Tang. azimuthalis $= \frac{v}{u}$, Tang. altit. ſolis $= \frac{a}{\sqrt{u^2 + v^2}}$

Hinc anguli azimuthales ex baſi ſtyli ducuntur, et, ſi altitudo ſtyli a ſit $= 1$, erit $\sqrt{u^2 + v^2}$ radius quilibet ex ejus baſi ductus, cotangenti altitudinis Solis aequalis.

§. 18. Itaque generalem exhibui Theoriam Solaria, in qualibet ſuperficie data deſcribendi; in planis vero ſuperficiebus prae aliis animadvertendum est, pro varia earum poſitone ad tres dimenſiones cujuslibet corporis, unam ſemper ex tribus cöordinatis x, y, z, conſtantem esſe; porro umbram in omni ſuperficie plana deſcribere curvam ſecundi generis, ſi modo cöefficientes ſingulorum terminorum aliquem valorem ſive poſitivum ſive negativum habeant. Ex ipſis cöefficientibus demum intelligitur, ad quamnam ſpeciem hujus ordinis curva pertineat; cum autem quatuor ſpecies curvarum in ordine ſecundo comprehendantur, ſcilicet Hyperbola,

Pa-

Parobola, Elipſis, et Circulus, cöefficientes hae pro ſingulis caſibus exploratae, curvam ex his quatuor exhibebunt. Nec tamen limites hujus desſertationis mihi permittunt, ex variis cöefficientum valoribus curvas ſingulas derivare, easque demonſtrare; ne tamen pulcherrimo argumento, nimio brevitatis ſtudio aliquid detraherem, ſpecimen variarum curvarum, quae ex diverſis valoribus cöefficientum oriuntur, pro Solario horizontali exhibebo, ex quo patebit, lineam, quam apex umbrae diverſis locis et temporibus in plano horizontali percurrat, curvas omnes ſecundi ordinis continere, ſenſimque ſingulas has permeare.

S E C T I O II.

De Solariis Horizontalibus.

§. 19. Invenimus §. 16 aequationem pro Solario horizontali, quod ſtyli apicem in A habet,

$$\begin{aligned} A u^2 &+ 2 A b\, u + A b^2 = y^2 \\ &+ B a \quad\;\; + B a b \\ &\qquad\qquad\; + C a^2 \end{aligned}$$

ſi vero ſtylus collocetur in initio abſciſſarum apud *e* erit ob $x = u + b = u$, $b = o$ unde aequatio in hanc mutatur $A u^2 + B a u + C a^2 = y^2$ vel $= A x^2 + B a x + C a^2 = y^2$ ob $u = x, v = y$, ſubſtitutis jam pro ABC eorum valoribus ex §. 4. erit

$$\frac{\text{Sin. A}^2 - \text{Sin. D}^2}{\text{Sin. D}^2} x^2 + \frac{2\, a\, \text{Sin. A. Coſ. A}}{\text{Sin. D}^2} . x + \frac{\text{Coſ. A}^2 - \text{Sin. D}^2}{\text{Sin. D}^2} a^2 = y^2$$

est autem $\text{Sin.}\,\overline{A + D} = \text{Sin. A Coſ. D} + \text{Sin. D Coſ. A}$

$\text{Sin.}\,\overline{A - D} = \text{Sin. A Coſ. D} - \text{Sin. D Coſ. A}$

hinc

hinc $\text{ſin.}\,\overline{A+D}.\text{ſin.}\,\overline{A-D} = \text{ſin.}\,A^2\,\text{coſ.}\,D^2 - \text{ſin.}\,D^2\,\text{coſ.}\,A^2$
$= \text{Sin.}\ A^2 - \text{Sin.}\ A^2\ \text{Sin.}\ D^2 - \text{Sin.}\ D^2\ \text{Coſ.}\ A^2$
et ob $\text{Sin.}\ A^2 + \text{Coſ.}\ A^2 = 1$ erit
$\text{Sin.}\ \overline{A+D}.\ \text{Sin.}\ \overline{A-D} = \text{Sin.}\ A^2 - \text{Sin.}\ D^2$
est quoque $\text{Coſ.}\,\overline{A+D} = \text{Coſ.}\,A.\text{Coſ.}\,D - \text{Sin.}\,A.\text{Sin.}\,D$
$\text{Coſ.}\,\overline{A-D} = \text{Coſ.}\,A.\text{Coſ}\,D + \text{Sin.}\,A.\text{Sin.}\,D$
hinc $\text{Coſ.}\ \overline{A+D}.\ \text{Coſ.}\ \overline{A-D}$
$= \text{Coſ.}\ A^2\,\text{Coſ.}\ D^2 - \text{Sin.}\ A^2\ \text{Sin.}\ D^2 = \text{Coſ.}\ A^2 -$
$\text{Coſ.}\ A^2\ \text{Sin.}\ D^2 - \text{Sin.}\ A^2\ \text{Sin.}\ D^2$
itidem ob $\text{Sin.}\ A^2 + \text{Coſ.}\ A^2 = 1$ erit
$\text{Coſ.}\ \overline{A+D}.\ \text{Coſ.}\ \overline{A-D} = \text{Coſ.}\ A^2 - \text{Sin.}\ D^2$
est quoque $2\ \text{Sin.}\ A.\ \text{Coſ.}\ A = \text{Sin.}\ 2\,A$
ſubſtitutis his valoribus, erit

$$\frac{\text{Sin.}\,\overline{A+D}.\ \text{Sin.}\,\overline{A-D}}{\text{Sin.}\ D^2}\,x^2 + \frac{a\,\text{Sin.}\ 2\,A}{\text{Sin.}\ D^2}\,x + \frac{\text{Coſ.}\,\overline{A+D}\ \text{Coſ.}\,\overline{A-D}}{\text{Sin.}\ D^2}\,a^2 = y^2$$

Primum itaque generatim nonnulla de hac aequatione animadvertam, deinde varias curvas, quae ſub illa comprehenduntur, exponam.

§. 20. Si ponatur in hac aequatione $y = 0$, in hanc mutabitur

$$\text{Sin.}\,\overline{A+D},\ \text{Sin}\,\overline{A-D}.\,x^2 + a\,\text{Sin.}\,2\,A.\,x + \text{Coſ.}\,\overline{A+D}\,\text{Coſ}\,\overline{A-D}.\,a^2 = 0$$

Aequatio haec quadratica eſt, et diviſa per $\text{Sin.}\ \overline{A+D},\ \text{Sin.}\ \overline{A-D}$

$$\text{fit}\ x = + \frac{a\ \text{Sin.}\ 2\,A}{2.\,\text{Sin.}\,\overline{A+D}.\ \text{Sin.}\,\overline{A-D}}$$

$$\pm \sqrt{\left[\frac{a^2\ \text{Sin.}\ 2\,A^2}{4\,\overline{\text{S.}\,A+D}^2\,\overline{\text{S.}\,A-D}^2} - \frac{a^2\,\text{C.}\,\overline{A+D}.\,\text{C.}\,\overline{A-D}}{\text{S.}\,\overline{A+D}\,\text{S.}\,\overline{A-D}}\right]}$$

vel

vel $x = \frac{a\,\text{Sin.}\,2\,A \pm a\sqrt{[\text{S.}\,2\,A^2 - 4\,\text{Coſ.}\,\overline{A+D}.\,\text{C.}\,\overline{A-D}.\,\text{S.}\,\overline{A+D}.\,\text{S.}\,\overline{A-D}]}}{2\,\text{Sin.}\,\overline{A+D}.\,\text{Sin.}\,\overline{A-D}}$

quonjam autem $\text{Coſ.}\,\overline{A+D}.\ \text{Coſ.}\,\overline{A-D}$
$= \text{Coſ.}\,A^2 - \text{Sin.}\,D^2$, et $\text{Sin.}\,\overline{A+D}.\ \text{Sin.}\,\overline{A-D}$
$= \text{Sin.}\,A^2 - \text{Sin.}\,D^2$
erit $\text{Coſ.}\,\overline{A+D}.\,\text{Coſ.}\,\overline{A-D}.\,\text{Sin.}\,\overline{A+D}.\text{Sin.}\,\overline{A-D}$
$= \text{Coſ.}A^2.\ \text{Sin.}A^2 - \text{Sin.}D^2\,[\text{Coſ.}A^2 + \text{Sin.}A^2] + \text{Sin.}D^4$
vel (ob $\text{Coſ.}\,A^2 + \text{Sin.}\,A^2 = 1$, $\text{Sin.}\,D^4 =$
$\text{Sin.}\,D^2\,(1 - \text{Coſ.}\,D^2)$) erit $= \text{Coſ.}\,A^2.\ \text{Sin.}\,A^2 -$
$\text{Sin.}\,D^2, \text{Coſ.}\,D^2$, eſt quoque $\text{Sin.}\,2\,A^2 = 4\text{Sin.}A^2.\text{Coſ.}A^2$
his valoribus ſubſtitutis erit

$x = \frac{a\,\text{Sin.}\,2\,A \pm a\sqrt{[4\text{Coſ}\,A^2\text{Sin.}\,A^2 - 4\text{Coſ}\,A^2\text{Sin.}\,A^2 + 4\text{Sin}\,D^2\text{Coſ.}D^2]}}{2.\ \text{Sin.}\,\overline{A+D}\ \text{Sin.}\,\overline{A-D}}$

hinc $x = \frac{a\,[\text{Sin.}\,2\,A \pm \text{Sin.}\,2\,D]}{2\ \text{Sin.}\ \overline{A+D}\ \text{Sin.}\ \overline{A-D}}$ vel (ob
$\text{Sin.}\,\overline{A+D}.\ \text{Sin.}\,\overline{A-D} = \text{Sin.}A^2 - \text{Sin.}D^2$ et $\text{Sin.}A^2$
$= \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\,\text{Coſ.}\,2\,A$, $\text{Sin.}\,D^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\,\text{Coſ.}\,2\,D$,)
$x = \frac{a\,[\text{Sin.}\,2A \pm \text{Sin.}\,2D]}{\text{Coſ.}\,2\,D - \text{Coſ.}\,2\,A}$; quia autem valor
hic pro x oritur, ſi ponatur $y = 0$, erit haec quoque longitudo umbrae, quam ſtylus ipſa meridie projicit:

Sit in Triangulo *anc* rectangulo apud *n*, altitudo ſtyli $an = a$, erit cn umbra ab eo projecta, ſi ſolis altitudo aequalis ſit angulo *acn*, quia vero $\text{Tang.}\,acn = \frac{an}{cn}$, $an = a$, $cn =$ va- Tab. IV. Fig. 27.

lo-

lori x invento, erit Tangens altitudinis ſolis Meridianae $= \frac{\text{Coſ. } 2\,D - \text{Coſ. } 2\,A}{\text{Sin. } 2\,A \pm \text{Sin. } 2\,D}$, pro Declinatione boreali ſignum inferius, pro auſtrali ſuperius eſt adhibendum: Si in aequatione

$$\frac{\text{Sin.}\,\overline{A+D}\,.\,\text{Sin.}\,\overline{A-D}}{\text{Sin. } D^2}x^2 + \frac{a\,\text{Sin. } 2\,A}{\text{Sin. } D^2}x + \frac{a^2\,\text{Coſ.}\,\overline{A+D}\,.\,\text{Coſ.}\,\overline{A-D}}{\text{Sin. } D^2} = y.$$

ponatur $x = 0$ erit $y = \frac{a\sqrt{\text{Coſ.}\,\overline{A+D}\,.\,\text{Coſ.}\,\overline{A-D}}}{\text{Sin. } D}$

ſi angulus Azimuthalis rectus ſit, cum ſol in Oriente vel Occidente haereat: ſingularem denique valorem x habet, quando in aequatione D vel Declinatio ſolis ponatur $= 0$, tum aequatio in hanc mutatur

$x^2\,\text{Sin. } A^2 + a\,x\,\text{Sin. } 2\,A + a^2\,\text{Coſ. } A^2 = 0$ extracta radice erit (ob $\text{Sin. } 2\,A = 2\,\text{Sin. } A\,\text{Coſ. } A$)

Tab. IV. Fig. 27. $x\,\text{Sin. } A + a\,\text{Coſ. } A = 0$ vel $x = -a\,\text{Cot. } A$ Ducatur itaque linea horizontalis meridiana, et in ea ex puncto quodam c ſumatur cn, ſit ad dextram ſtylus an, $cn = -a\,\text{Cot. } A$, quemcumque itaque y habeat valorem, x conſtans eſt, unde ſequitur apicem umbrae a ſtylo projectae diebus Aequinoctii, quando $D = 0$, percurrere lineam rectam, Meridianae in puncto c, ad diſtantiam a Cot. A, a baſi ſtyli remoto, perpendicularem. His generatim de hac aequatione animadverſis, pergam in varias curvas, ſub ea comprehenſas, ex cöefficientum valoribus diverſis explorandas.

§. 21.

§. 21. Dixi aequationem noſtram ſemper ad curvam ordinis ſecundi pertinere, ſi modo cöefficientes vel nonnulli termini ciffro non ſint aequales, hos caſus jam paragrapho praecedenti perpendimus, nunc ad curvas ipſas indagandas tranſeo.

Primum quidem obſervare oportet aequationem

$$\frac{\text{Sin}\,\overline{A+D}\;\text{Sin}\,\overline{A-D}}{\text{Sin.}\,D^2}\,x^2+\frac{a\,\text{Sin.}\,2A}{\text{Sin.}\,D^2}\,x+\frac{\text{Cof.}\,\overline{A+D}\,\text{Cof.}\,\overline{A-D}}{\text{Sin.}\,D^2}\,a^2=y^2$$

curvas ſecundi gradus exhibere, quarum abciſſae non a centro, ſed ab alio puncto quolibet dato in axi computantur; convenit autem, ut ſimul ex hac aequatione, aliam conſtruamus, in qua abscisſae ex ipſo centro computatae ſunt; ponatur itaque $z-\dfrac{a\,\text{Sin.}\;2\,A}{2\,\text{Sin.}\;\overline{A+D}.\;\text{Sin.}\;\overline{A-D}}$ loco x, quo valore ſubſtituto, aequatio

$$\frac{\text{Sin.}\,\overline{A+D}.\,\text{Sin.}\,\overline{A-D}}{\text{Sin.}\,D^2}\,x^2+\frac{a\,\text{Sin.}\,2\,A}{\text{Sin.}\,D^2}\,x+\frac{\text{Cof.}\,\overline{A+D}.\,\text{Cof.}\,\overline{A-D}}{\text{Sin.}\,D^2}=y^2 \quad \text{I}$$

in hanc mutatur

$$\frac{\text{Sin.}\,\overline{A+D}.\,\text{Sin.}\,\overline{A-D}}{\text{Sin.}\,D^2}\,z^2-\frac{a^2\,\text{Sin.}\,2\,D^2}{4\,\text{Sin.}\,D^2\,\text{Sin.}\,\overline{A+D}.\,\text{Sin.}\,\overline{A-D}}=y^2 \quad \text{II}$$

ſingulae hae aequationes ad eandem curvam pertinent; in priori, abscisſae a baſi ſtyli ſunt computatae, in altera vero, a centro curvarum, quas exhibet ipſa aequatio (*).

§. 22.

(*) Vid. Euleri Anal. Infinit. Lib. II. Cap. V.

§. 22. Ut autem elementa ſingularum curvarum ex his aequationibus eliciantur, ponatur in aequatione II formae $Az^2 - B = y^2$, $y = o$ erit $Z = \pm \sqrt{\frac{B}{A}} = \sqrt{\frac{a^2 \text{ Sin. } 2 D^2. \text{ Sin. } D^2}{4 \text{ Sin. } D^2. \text{ Sin.} \overline{A+D}^2. \text{ Sin. } \overline{A-D}^2}}$

$= \pm \frac{a \text{ Sin. } 2 D}{2 \text{ Sin. } \overline{A+D}. \text{ Sin. } \overline{A-D}}$, qui eſt valor ſemiaxis majoris curvae $= EB$ vel m, hinc

Tab. IV. Fig. 29. erit $Am^2 = B$ et $y^2 = A(z^2 - m^2)$, et ſi $b = \sqrt{B}$ ob $A = \frac{b^2}{m^2}$, quoque $y^2 = \frac{b^2}{m^2} \cdot (z^2 - m^2)$ hinc b ſemiaxis minor curvae eſt

$$= \frac{a \text{ Sin. } 2 D.}{2 \text{ Sin. } D \sqrt{\text{Sin. } \overline{A+D}. \text{ Sin. } \overline{A-D}}}$$

vel (ob Sin. 2 D = 2 Sin. D. Coſ. D)

$$\frac{a \text{ Coſ. } D.}{\sqrt{\text{Sin. } \overline{A+D}. \text{ Sin. } \overline{A-D}}} = ED:$$ Diſtantia Foci in curvis ordinis ſecundi $= \sqrt{EB^2 \pm ED^2} =$

$$\sqrt{\left[\frac{a^2 \text{ Sin. } 2 D^2}{4 \text{ Sin.} \overline{A+D}^2 \text{ Sin.} \overline{A-D}^2} \pm \frac{a^2 \text{ Coſ. } D^2}{\text{Sin.} \overline{A+D} \text{ Sin.} \overline{A-D}}\right]}$$

unde, ſi termini omnes ſint poſitivi, adhibito ſigno ſuperiori, aut, ſi Sin. $\overline{A+D}$. Sin. $\overline{A-D}$ ſit negativus, inferiori ſigno adhibito, erit in utroque caſu diſtantia foci a centro =

$$\sqrt{\frac{a^2 \,\text{Sin. } 2\,D^2 \pm 4\,a^2 \,\text{Coſ. } D^2 (\text{Sin. } A^2 - \text{Sin. } D^2)}{4 \,\text{Sin. } \overline{A+D}^2 \,\text{Sin. } \overline{A-D}^2}}$$

$$= \frac{a \,\text{Sin. } A. \,\text{Coſ. } D}{\text{Sin. } \overline{A+D}. \,\text{Sin. } \overline{A-D}} = AE,$$ quoniam, ſi ſi ſigno inferiore utendum ſit, vel ſi $EB > ED$, erit quoque $\text{Sin. } \overline{A-D}$ negativa, ob $D > A$ vid. §. 25. at $BA = EA - EB =$

$$\frac{a(\text{Sin.} A - \text{Sin.} D.) \,\text{Coſ.} D}{\text{Sin.} \overline{A+D}. \,\text{Sin.} \overline{A-D}} = \frac{a \,\text{Coſ.} D (\text{Sin.} A - \text{Sin.} D)}{\text{Sin. } A^2 - \text{Sin. } D^2}$$

$$= \frac{a \,\text{Coſ. } D}{\text{Sin.} A + \text{Sin.} D} = AB,$$ diſtantiae foci a vertice curvae:

Denique ſi in aequatione $z - \frac{a \,\text{Sin. } 2\,A}{2 \,\text{Sin.} \overline{A+D}. \text{Sin.} \overline{A-D}} = x$, ponatur $z = 0$, erit X vel $ES =$ diſtantiae ſtyli a centro curvarum $= - \frac{a \,\text{Sin. } 2\,A}{2 \,\text{Sin.} \overline{A+D}. \text{Sin.} \overline{A-D}}$ diſtantia ſtyli a vertice vel $SB = ES - BE = -$
$$\frac{a\,(\text{Sin. } 2\,A \pm \text{Sin. } 2\,D)}{2 \,\text{Sin. } \overline{A+D} \,\text{Sin. } \overline{A-D}}$$

§. 23. Si in aequatione II formae $A z^2 - B = y^2$ A realis ſit et poſitiva, curva, ad quam illa aequatio pertinet, Hyperbola erit, quoniam vero $A = \frac{\text{Sin. } \overline{A+D}. \,\text{Sin. } \overline{A-D}}{\text{Sin. } D^2}$

$$B = \frac{a^2 \,\text{Sin. } 2\,D^2}{4 \,\text{Sin. } D^2 \,\text{Sin. } \overline{A+D}. \,\text{Sin. } \overline{A-D}}$$

neceſſe eſt, tum $A - D$ valorem poſitivum habere, itaque erit $A > D$: Unde ſequitur, um-

 bram

bram Hyperbolas deſcribere, quando altitudo aequatoris A, ſuperat declinationem ſolis D; quoniam vero in Zona torrida et temperata a latitudine terreſtri 0° usque ad 66° 32′, altitudo aequatoris ubique declinationem ſuperat, apparet quoque umbrarum apices in his Zonis ſemper Hyperbolas deſcribere, exceptis vero diebus aequinoctii uti §. 20. vidimus. Ut autem axes et focum harum Hyperbolarum inveniamus, in expreſſiones praecedente §. pro his inventas, valores A et D ſubſtituendi ſunt; His ita diſpoſitis ſumatur linea recta pro axi, et in E ſit centrum; ab utraque parte hujus puncti, transferatur ſemiaxis major EB, & minor huic perpendicularis ED; porro EA > EB diſtantia foci a centro, et ES diſtantia ſtyli a centro E, ex his itaque conſtruuntur Hyperbolae oppoſitae, quatuor ramos in infinitum extendentes, altera quidem ſtylo proxima verſus hunc ſtylum eſt concava, ſenſim vero minuitur ejus concavitas decreſcente Declinatione, donec in Aequinoctiis nulla evadat, et Hyperbola in rectam lineam abeat, poſtea vero convexam partem ſtylo opponunt Hyperbolae, ſenſimque magis fiunt convexae, donec ultima ſimilis facta eſt ei, quae ſtylo eſt proxima, at ex parte oppoſita deſcripta.

Quando A = 90° ſub ipſo Aequatore curva ab umbra deſcripta Hyperbola quidem eſt, haec tamen ob ſimplicitatem hic notari meretur;

ſi-

ſcilicet poſito A = 90°, erit EB vel ſemiaxis major § 22. [ob $\overline{\text{Sin. A} + \text{D}}.\overline{\text{Sin. A} - \text{D}} = \text{coſ. D}^2$] $= a$ Tang. D, minor ED $= a$, diſtantia foci a centro $= \frac{a}{\text{coſ. D}} = a$ ſec. D, diſtantia vero ſtyli a centro AE [ob Sin. 2 A = 0] = 0 hinc ſtylus in centro Hyperbolarum oppoſitarum est collocandus.

§. 24. Si in aequatione I, A ſit aequalis D, abit terminus primus ob Sin. A = Sin. D, et fit
$\frac{a\,\text{Sin. 2 D}}{\text{Sin. D}^2}\,x + \frac{a^2\,\text{Coſ. 2 D}}{\text{Sin. D}^2} = y^2$ vel $y^2 = 2\,a$ Cot. D. $x + a^2$ [Cotang. $\text{D}^2 - 1$]: Aequatio haec formae $\alpha x + \beta = y^2$ ad Parabolam pertinet; unde ſequitur, umbram Parabolam deſcribere, ſi altitudo Aequatoris, aequat declinationem ſolis; ex §. 22. diſtantia foci a vertice $\frac{a\,\text{Coſ. D}}{\text{Sin. A} + \text{Sin. D}}$ Tab. V. Fig. 31.
$= \frac{a\,\text{Cot. D}}{2}$, hinc 2 a Cot. D = parametro hujus Parabolae = MF; porro, ſi in aequatione $\alpha x + \beta = y^2$ ponatur $y = 0$, erit $X = -\frac{\beta}{\alpha} =$
$-\frac{a\,[\text{Cot. D}^2 - 1]}{2\,\text{Cot. D}}$ ob $\text{Cot. D}^2 - 1 = \frac{\text{Coſ. 2 D}}{\text{Sin. D}^2}$
et Cot. D $= \frac{\text{Sin. 2 D}}{\text{Sin. D}^2}$ erit $\frac{\beta}{\alpha} = \frac{a\,\text{Coſ. 2 D}}{\text{Sin. 2 D}}$
vel $X = -a$ Cot. 2 D $= -a$ Cot. 2 A quia A = D, itaque in axi FM ſumatur punctum A, ita ut AM = a Cot. 2 A, erit baſis ſtyli in A, a qua

M vertex parabolae diſtat linea AM, aequali cotang. duplicis altitudinis Meridianae in longitudinem ſtyli a, unde AN erit x, jam NM = AM + AN, et ſi parameter ſit p, $y^2 = p$. NM ubi $p = 2\,a$ Cot. A, NM abſciſſa, NS ordinata Parabolae MSS.

Si itaque Solis declinatio creſcens vel decreſcens aequat altitudinem Aequatoris, vel complementum latitudinis loci, umbra parabolam deſcribit, hoc tamen nullibi extra Zonam frigidam ſive in regionibus, quarum latitudo 66° 23′ ſuperat, locum habere poteſt.

§. 25. Si in aequatione

$$\text{I}\quad \frac{S.\overline{A+D}.S.\overline{A-D}}{\text{Sin. } D^2}x^2 + \frac{aS.2A}{\text{Sin.} D^2}x + \frac{a^2C.\overline{A+D}.C.\overline{A-D}}{\text{Sin. } D^2} = y^2$$

cöefficiens primi termini realis et negativa ſit, aequatio II formam quoque habet $y^2 = -A'z^2 - B$ aucta y in hac aequatione, decreſcit z, ſemper vero finitae manent, unde patet Aequationem ad Ellipſin pertinere, ut vero ſit A' negativa, eſt Sin. $\overline{A + D}$. Sin. $\overline{A - D}$ negativa, quod fit, ſi D > A vel ſi Declinatio ſuperet altitudinem Aequatoris, tum enim eſt Sin. $\overline{A-D}$ = − Sin. $\overline{A \backsim D}$ (*);
Tab. ſubſtitutis pro A' et D ſuis valoribus in elemen-
IV. tis §. 22, capiantur EB ſemiaxis major,
Fig. ED minor, EA diſtantia baſeos ſtyli,
30. EF

(*) Cagnoli Traité de Trigonom. Art. 154.

EF vero foci a centro, ſtylus intra verticem B et focum F collocetur in A, est enim $A\beta = EB + AE = \frac{a(\text{Sin.} 2 D + \text{Sin.} 2 A)}{2 \text{Sin.} \overline{A + D}. \text{Sin.} \overline{A - D}}$, $BA = EB - EA = \frac{a(\text{Sin.} 2 D - \text{Sin.} 2 A)}{2 \text{Sin.} \overline{A + D}. \text{Sin.} \overline{A - D}}$ realis et poſitiva ob $D > A$: Hinc patet umbram Ellipſin deſcribere pro locis intra Zonam frigidam, quando ſolis declinatio complemento latitudinis major est. Fig. 30.

§. 26. Denique ſi fiat $A = 0$, erit in Aequatione $1 - x^2 + a^2 \text{Cot.} D^2 = y^2$ (ob $\text{Sin.} \overline{A + D}. \text{Sin.} \overline{A - D} = - \text{Sin.} D^2$, $\text{Sin.} 2 A = 0$, et $\text{Cof.} \overline{A + D}. \text{Cof.} \overline{A - D} = \text{Cof.} D^2$); jam ex §. 22. ſemiaxis major $+ \frac{a \text{Sin.} 2 D}{2. \text{Sin.} \overline{A + D}. \text{Sin.} \overline{A - D}}$ ob $A = 0$ erit $= \frac{a \text{Cof.} D}{\text{Sin.} D} = \mp a \text{Cot.} D$ minor $\frac{a \text{Cof.} D}{\sqrt{\text{Sin.} \overline{A + D}. \text{Sin.} \overline{A - D}}} = \mp \frac{a \text{Cof.} D}{\text{Sin.} D}$. porro $FE = 0$, $AE = 0$, diſtantia ſtyli a vertice $BA = a \text{Cot.} D$; denique ſi $y = 0$ erit $x = \pm a \text{Cot.} D$ ſi $x = 0$ itidem $y = \pm a \text{Cot.} D$; hinc patet curvam ſub ipſo Polo ab umbra deſcriptam circulum eſſe, in cujus centro ſtylus collo-

catur, quique radium $= a$ Cot. D habet, uti ſupra Cap. III. § 10 de Arachni vidimus.

Tab. V. Fig. 32. §. 27. Vidimus ſupra § 16, quomodo lineae horarum in Solariis horizontalibus deſcribantur; capiatur itaque [quia $b = o$] $AT = a$ Tang. A, haec erit diſtantia centri linearum horarum a ſtylo, PQ erit in ratione Tangentis anguli horarii, hinc PN linea erit, in qua umbra iisdem horis haerebit: Sub Polo, quando $A = 0$ quoque $AT = 0$, unde lineae horarum ex ipſo centro A vel baſi ſtili ducuntur; ſub Aequatore vero, ubi $A = 90^{\circ}$, AT infinita vel PT parallela cum QT, hinc lineae horarum Meridianae ſunt parallelae.

§. 28. Itaque umbra puncti A in Solario horizontali, pro varia locorum latitudine tranſit per omnes Sectiones Conicas, Hyperbolam quidem pro longe plurimis locis, nempe in Zona torrida et temperata umbra haec percurrit, intra Polares circulos vero ex Hyperbola in Parabolam mutatur, haec iterum in Ellipſin abit, quae ſub ipſo Polo fit Circulus.

Tab. V. Fig. 35. Imitari licet curvas, quas umbra in diverſis locis deſcribat; ſit enim HO diameter horizontalis, Polus in P, AQ Aequator, cujus altitudo conveniet loco dato, ducatur DCe, ſub angulo DCA $< 23^{\circ}\ 28'$: Deſcribantur Solaria in hisce planis, primum pro latitudine loci in Zona torrida vel temperata ſitum, in plano ab

ho-

horizontali Hyperbolicum erit ex § 23, alterum in Aequatoris plano *bCc* Circulare ex § 26, tertium in plano *ed* Ellipticum ex § 25, quamdiu Solis declinatio ſuperat angulum DCA. His planis ita poſitis, umbrae trium ſtylorum ad ſingula plana perpendicularium Hyperbolicos, Ellipticos, et Circulares arcus pro eadem latitudine deſcribent.

§. 29. Denique Horologii Horizontalis pro latitudine noſtra picturam et deſcriptionem una cum tabula, cujus ope facile conſtruitur, his adjunxi: poſitis complemento latitudinis A = 37° 37′ obliquitate Eclipticae D = 23° 28′, et altitudine ſtyli *a* = 1 haec elementa erunt trium Hyperbolam oppoſitarum. Tab. V. Fig. 34.

Pro Hyperbola.	Declinatio Solis Bor. vel. Auſtr. D.	Semiaxis maj.	Diſtantia Foci a Centro.	Diſtantia ſtyli a Centro.	Diſtantia puncti T ex quo lineae horariae ducuntur.
I et VI	23° 28′	1,707	2,677	2,260	3,03
II—V	20° 10′	1,276	2,258	1,906	
III—IV	11° 29′	0,586	1,797	1,453	

Deſcriptis his Hyperbolis et linea ♈ ♎ ad diſtantiam *a* Cot. A, in margine Solarii notentur dies anni ſingulis ſolis declinationibus congruentes, ponatur punctum T in axi, intervallo 3,03 a centro priorum Hyperbolarum pro D 23° 28′ deſcriptarum remoto; ex tabula his adjuncta p. 140. ſumantur anguli azimuthales, qui die Solſtitii aeſtivi cum ſingulis horis congruunt; ductis ex baſi ſtyli tanquam e centro, lineis

in proximam Hyperbolam, notentur puncta ubi lineae Hyperbolam ſecant. Ducantur porro ex puncto T lineae rectae per haec puncta usque ad remotisſimam Hyperbolam, hae erunt lineae horariae, quibus horas inſcribere oportet, matutinas quidem, a parte ſiniſtra, veſpertinas vero a parte dextra: Ex baſi ſtyli S lineae ducantur ad marginem Solarii, quarum diſtantiae angulos azimuthales exhibent: Vidimus § 17. lineas ex baſi ſtyli uti centro ductas, poſita altitudine ſtyli pro baſi vel = 1, eſſe cotangentes altitudinis Solis; hinc ſumantur lineae dato cotangenti altitudinis Solis aequales, et cum iis uti radiis deſcribantur circuli concentrici ex baſi ſtyli tanquam centro; adſcriptis porro arcubus, quibus ſingulae lineae conveniunt, altitudo ſolis ex umbra in illis haerente facile cognoſcitur. Praeterea non opus eſt, ſi hoc Solario uti velis, lineae Meridianae directionem noviſſe, dato enim die anni ſic 24 Octobris, apex umbrae in quinta linea a ſtylo per totum diem haeret; itaque Solarium eo modo collocandum eſt, ut umbrae apex illo die in lineam hanc incidat, tum axis vel linea Meridiana horologii, in Meridiana loci ſita erit; pro intervallis intra dies horologio inſcriptos, oportet, quam proxime, diſtantiam his diebus proportionalem inter proximas Hyperbolas ſumere. In pictura tantum ſeptem lineas umbrae

re-

ſcripſi, in majori vero vel 13 facile depinguntur, quae tum ſingulas umbras intervallo 15 dierum circiter exhibebunt.

Denique ex horologii Horizontalis rationibus jam explicatis, ſolutio haud inelegans duorum Problematum in arte Nautica derivatur: Prius quidem; data loci latitudine, invenire lineam Meridianam et tempus diei: Alterum; data lineae Meridianae poſitione, invenire loci latitudinem. Quod ad prius attinet Problema; Elementa Hyperbolae vel generatim curvae, quam umbra ſtyli dato die permeat, et diſtantia foci ejus ex datis Solis declinatione et loci latitudine invenitur, hinc ducatur linea recta ſive axis, in qua curva ex datis elementis deſcribitur; erigatur quoque ſtylus a ad diſtantiam $\frac{a(\text{Sin.}\,2A \mp \text{Sin.}\,2D)}{2.\text{Sin.}\overline{A+D}.\text{Sin.}\overline{A-D}}$ § 28. a vertice; (ſuperius ſignum pro Declinatione Boreali, quando Hyperbola concavam partem ſtylo obvertit, inferius pro Auſtrali, in regionibus, quarum latitudo Borealis est, valet): Jam planum tabulae, in quo lineae hae ita ſint poſitae, convertatur verſus Solem, donec apex umbrae, quam ſtylus projicit, cadat in Hyperbolam, quod ſi fiat, axis Hyperbolae vel linea recta in plano ducta, ex antea demonſtratis, in ipſa Meridiana erit; itaque ex puncto hoc P ducatur PQ perpendicularis ad QA vel Meridianam, erit $PQ = y$, $AQ = x$, quibus lineis men- Tab. V. Fig. 32.

 ſu-

ſtructis, in Aequatione pro lineis horarum $P\,y - x$ cot. $A = a$, dantur x et y hinc $P = \frac{a + x \,\text{cot. A}}{y}$

$\left[\text{ob } P = \frac{\text{cot.ang.hor.}}{\text{Sin. A}}\right]$ Cotang. hor. $= \frac{a\,\text{ſin. A} + x\,\text{coſ. A}}{y}$.

Alterum Problema eſt; invenire loci latitudinem data linea Meridiana: Itaque ducatur linea recta QAT in plano tabulae, in ipſa Meridiana, erigatur ſtylus ad hanc lineam perpendicularis a, ſit PA umbra a ſtylo projecta, hinc, dimiſſo perpendiculo,
Fig. 32. PQ et QA facile menſurantur, itaque in Aequatione x^2 Sin. $A^2 - x^2$ Sin. $D^2 + 2\,a$ Sin. A coſ. A $x + a^2$ coſ. $A^2 - a^2$ Sin. $D^2 = y^2$ Sin. D^2 dantur x y D et a unde (x Sin. A $+ a$ coſ. A$)^2 = (y^2 + x^2 + a^2)$ Sin. D^2 hinc ob coſ. A $= \sqrt{1 - \text{Sin. A}^2}$, $a \sqrt{1 - \text{Sin. A}^2} =$ Sin. D $\sqrt{y^2 + x^2 + a^2} - x$ Sin. A, evectoque ad quadratum, erit $1 - \text{Sin. A}^2 = \frac{y^2 + x^2 + a^2}{a^2}$ Sin. $D^2 -$

$$\frac{2\,x\,\text{Sin. A}\sqrt{y^2 + x^2 + a^2}\ \text{Sin. D}}{a^2} + \frac{x^2\,\text{Sin. A}^2}{a^2}$$

hinc $\frac{x^2 + a^2}{a^2}$ Sin. $A^2 - \frac{2\,x\,\text{Sin. D}\sqrt{x^2 + y^2 + a^2}}{a^2}$

Sin. A $= 1 - \frac{y^2 + x^2 + a^2}{a^2}$ Sin. D^2 vel Sin. $A^2 -$

$$\frac{2\,x\,\text{Sin. D}\sqrt{x^2 + y^2 + a^2}}{x^2 + a^2}\ \text{Sin. A} = \frac{a^2}{x^2 + a^2} -$$

y

$\frac{y^2+x^2+a^2}{x^2+a^2}$ Sin. D², jam, poſito Sin. D²$(x^2+y^2+a^2)$ $=N^2$, erit Sin. A $=\frac{Nx}{a^2+x^2}\pm\sqrt{\frac{a^2-N^2}{a^2+x^2}+\frac{N^2x^2}{(a^2+x^2)^2}}$ $=\frac{Nx\pm a\sqrt{a^2-N^2+x^2}}{a^2+x^2}$ ast $a^2+x^2-N^2=$ $-y^2$ Sin. D² $-(x^2+a^2)$ (Sin. D² $-$ 1) (unde ob Sin. D² $-$ 1 $=-$ coſ. D²,) $a^2+x^2-N^2=$ $-y^2$ Sin. D² $+(x^2+a^2)$ coſ. D², hinc et y^2 coſ. D² $-y^2+(x^2+a^2)$ Coſ. D², unde fit

$$\text{Sin.A}=\frac{x\,\text{S.D.}\sqrt{x^2+y^2+a^2}\pm a\sqrt{(y^2+x^2+a^2)\,\text{coſ.D}^2-y^2}}{a^2+x^2}$$

qui est Sinus altitudinis Aequatoris, vel Coſinus latitudinis loci: Licet quidem Problemata haec ex Triangulo Nautico facile ſolvantur, praxi forſan inprimis ſecundi problematis ſolutio haud inutilis erit, praeſertim, cum in utraque, lineae rectae tantum, non vero arcus, metiendae ſint.

Pro Solario Horizontali ad latitud. 52° 23'.
die ſolſtitiali aeſtivo.

Hora ante vel poſt Meridiem.	Angulus Horarius.	Angulus Azimuthalis.
30'	7° 30'	14° 5½
1^h	15°	27° 21'
1^h 30'	22° 30'	39° 21'
2^h	30°	49° 54'
2^h 30'	37° 30'	59° 9'
3^h	45°	67° 20'
3^h 30'	52° 30'	74° 41'
4^h	60°	81° 23'
4^h 30'	67° 30'	87° 38'
5^h	75°	93° 34'
5^h 30'	82° 30'	99° 15'
6^h	90°	104° 51'
6^h 30'	97° 30'	111° 23'
7^h	105°	115° 37'
7^h 30'	112° 30'	121° 35'
8^h	120°	127° 21'

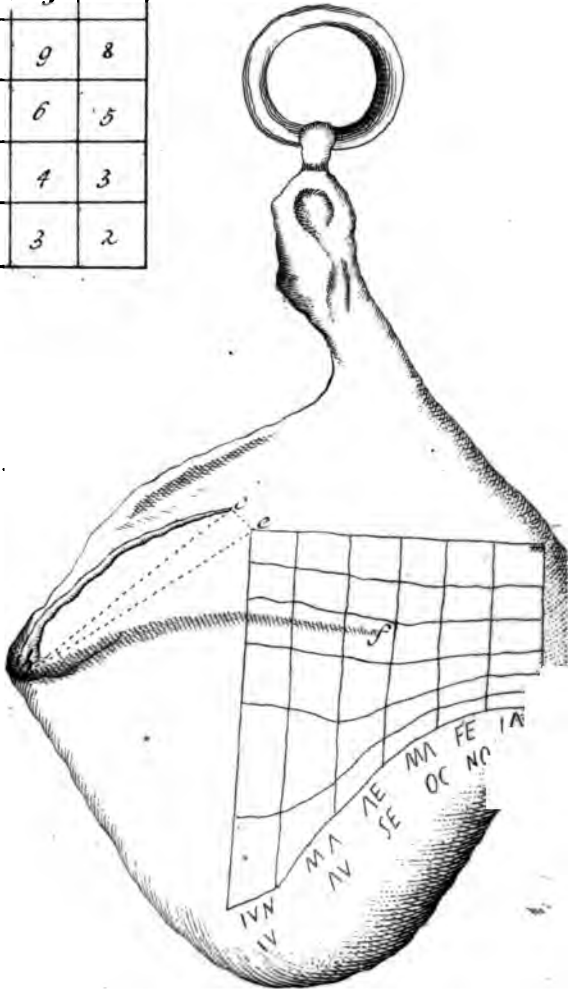
E R R A T A.

Pag. 6	linea 18	valet	legatur	valeat
14	—	ult. fiere	——	fieri
24	—	in not. Plaut Act. V.	——	Plaut. Pſeud. Act. V.
38	—	20 alias	——	aliam
39	—	22 et in margine VI	——	V
42	—	in not. Circularis	——	fere Circularis
50	—	2 labore	——	labori
66	—	26 Aranae	——	Araneae
69	—	20 excito	——	cito
73	—	21 talo	——	cauda
77	—	4 $m1^2$	——	$m2^2$
79	—	24 extremo talo	——	latere ſiniſtro
80	—	7 talo	——	cauda
81	—	19 tertiam et quartam	——	ſecundam et tertiam
84	—	ult. pc^2+pa^2	——	pc^2+ca^2
95 loco Cot. A, a linea 6 usque ad = in penult., leg. Coſ. A				
96	linea 5	Italici	legatur	Italicae
98	—	9 cc	——	c
101	—	22 $=d$	——	$=l$
102	—	4 qco	——	qc
103	—	16 e, s	——	es
116	—	5 $d\binom{(-)}{(+)}$	——	$d\binom{(+)}{(-)}$
122	—	14 poſitone	——	poſitione
123	—	4 desſertatione	——	disſertatione

.A.

b. yr.	Mart. Octob.	Apr. Sept.	Mai. August.	Junii Julii
7	25	24	23	22
7	15	14	13	12
3	11	10	9	8
0	8	7	6	5
	6	5	4	3
	5	4	3	2

Fig. 14.



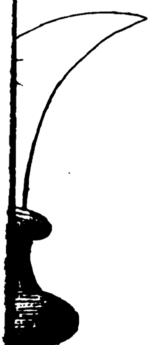


Fig. 3.

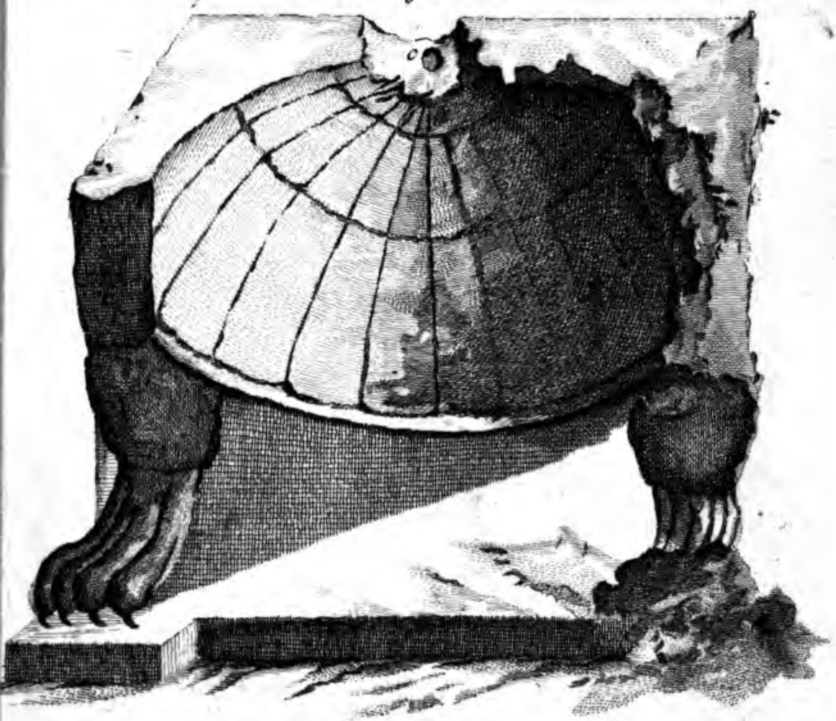
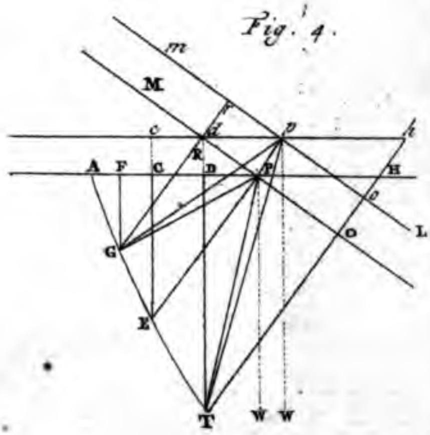




Fig. 4.



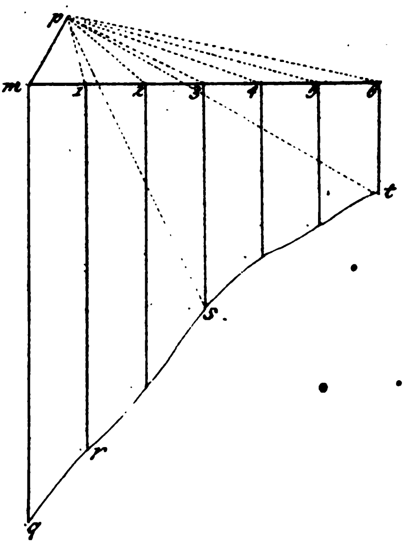


Fig. 12.

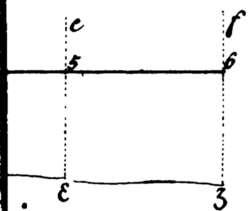
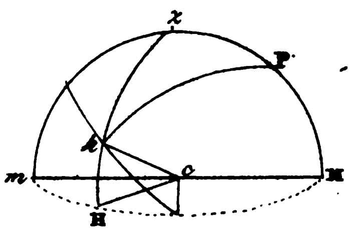


Fig. 17.



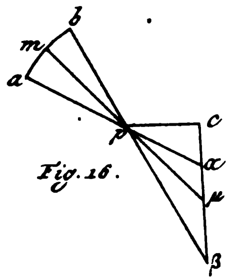
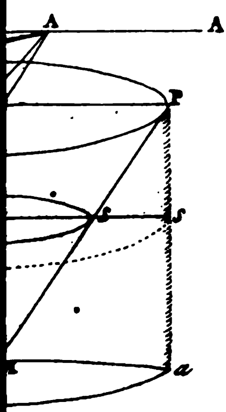
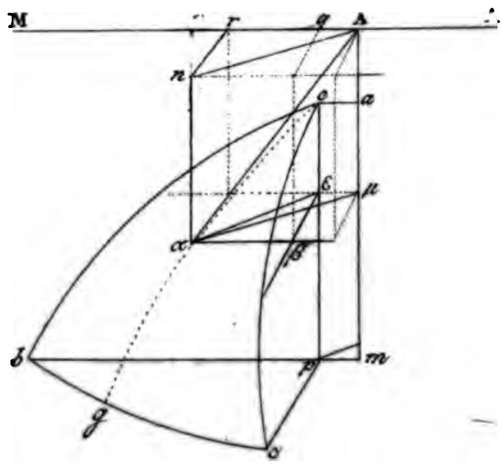


Fig. 16.

Fig. 20.





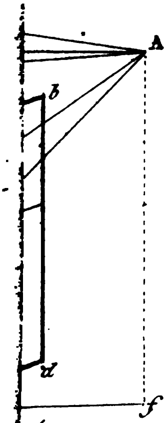


Fig. 28.

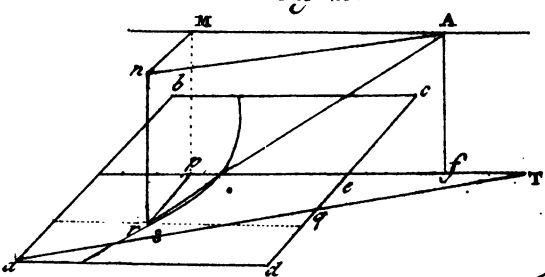


Fig. 27.

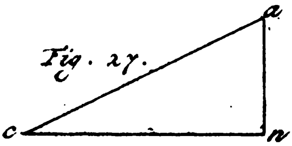
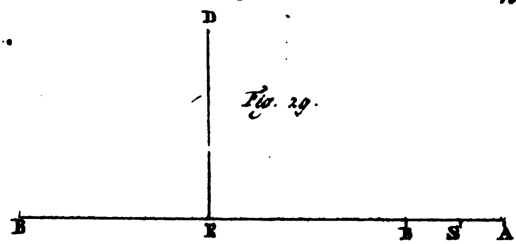


Fig. 29.



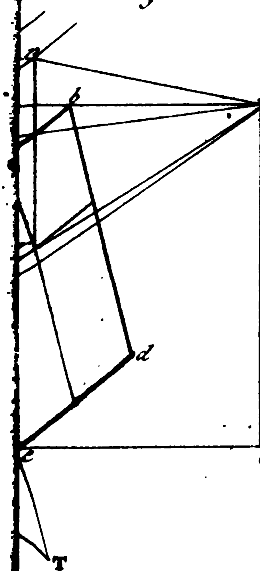


Fig. 24.

Fig. 30.

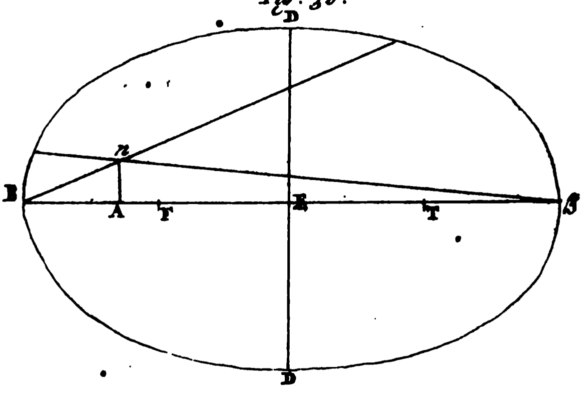


Fig. 26.

